CAPÍTULO I – Matemática Básica

1. Expressões Numéricas

São expressões matemáticas que envolvem operações com números.

Exemplos:

$7 + 5 + 4$ $5 + 20 - 87$ $(6 + 8) - 10$ $(5 \cdot 4) + 15$

1.1. Importância dos parênteses

Todos reconhecem a importância da colocação das vírgulas para o significado das sentenças.

Exemplos:

Tio Paulo, Sérgio vai ao cinema!
Tio, Paulo Sérgio vai ao cinema!

Verifica-se que estas duas sentenças possuem significados diferentes pela simples deslocação da vírgula.

Nas expressões e sentenças matemáticas, os sinais de associação (parênteses, colchetes, chaves) podem funcionar como verdadeiras vírgulas.

A expressão $10 - 5 + 2$ pode[1] ter resultados diferentes, conforme a colocação dos parênteses:

$(10 - 5) + 2 = 5 + 2 = 7$
$10 - (5 + 2) = 10 - 7 = 3$

Daí a importância dos sinais de associação.

1.2. Prioridade das operações numa expressão matemática

Nas operações em uma expressão matemática deve-se obedecer a seguinte ordem:

a) Potenciação ou Radiciação

b) Multiplicação ou Divisão

c) Adição ou Subtração

Observações quanto a prioridade:

a) Antes de cada uma das três operações citadas anteriormente, deve-se realizar a operação que estiver dentro dos parênteses, colchetes ou chaves.

b) A multiplicação pode ser indicada por um "x" ou por um ponto "•" ou às vezes sem sinal, desde que fique clara a intenção da expressão.

---

[1] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, permanece o acento diferencial em pôde/pode. **Pôde** é a forma do passado do verbo poder (pretérito perfeito do indicativo), na 3ª pessoa do singular. **Pode** é a forma do presente do indicativo, na 3ª pessoa do singular. Exemplo: Ontem, ele não **pôde** sair mais cedo, mas hoje ele **pode.**

Exemplo 1: Resolva a expressão $20 - [-3 + (-5 + 18 + 6) - 1]$

Exemplo 2: Resolva a expressão $2 - \{-11 + [17 - (-12 + 10) - 3]\}$

Exemplo 3: Resolva a expressão $20 + 3(-4) - 2(-5)$

Exemplo 4: Resolva a expressão $20 + [3 - 5 \,.\, 2 + (3 - 5) \,.\, 2]$

Exercícios

1) Calcule o valor das expressões abaixo:

a) $20 - [(8 - 3) + 4] - 1$

b) $123 - [90 - (38 + 50) - 1]$

c) $10 + [-8 - (-1 + 2)]$

d) $-3 - [8 + (-6 - 3) + 1]$

e) $8 - (4 + 5) - [3 - (6 - 11)]$

f) $-(-2) - [9 + (7 - 3 - 6) - 8]$

g) $1 + [-7 - (-2 + 6) + (-2)] - (-6 + 4)$

h) $6 - \{4 + [-7 - (-3 - 9 + 10)]\}$

i) $-3 - [(-1 + 6) + 4 - (-1 - 2) - 1]$

j) $2 - (-2) - \{-6 - [-3 + (-3 + 5)]\} - 8$

2) Calcule o valor das expressões abaixo:

a) $21 - 15 : 5 - 12 + 3 + 1$

b) $(21 - 15) : (15 - 12 + 3) + 1$

c) $31 - 40 : 2$

d) $-10 - 20 : 4$

e) $30 : (-6) + (-18) : 3$

f) $7 : (-7) + 2(-6) + 11$

3) Escreva a expressão numérica que representa cada situação abaixo:

a) Um milionário, antes de morrer, deixou escrito no testamento: "Dos três milhões que tenho no banco, deixo 1 milhão e 800 mil para instituições de caridade e o restante para ser repartido igualmente entre meus três filhos". Quanto recebeu cada filho?

b) João tem[2] 26 tickets refeição e André tem o triplo. Quantos tickets refeição têm os dois juntos?

c) Dois operários, Paulo e Pedro, cobram juntos, R$ 385,00 por um trabalho a ser realizado em 5 dias. Paulo ganha R$ 32,00 por dia de trabalho. Quanto ganhou Pedro pelo trabalho?

d) Gaspar comprou uma bicicleta pagando um total de R$ 960,00, sendo R$ 336,00 de entrada e o restante em 8 prestações mensais iguais. Qual o valor de cada prestação?

e) Em cada mão humana há 27 ossos e em cada pé, 26. Quantos ossos há, ao todo, nas mãos e nos pés humanos?

f) José mandou fazer, de alumínio, as janelas de sua casa. Deu uma entrada de R$ 250, 00 quando fez a encomenda e o restante vai pagar em quatro parcelas iguais de R$ 140,00 cada uma. Qual a quantia que José vai gastar para fazer as janelas?

g) O preço de uma corrida de táxi é formado de duas partes: uma fixa, chamada "bandeirada", e uma variável, de acordo com o número de quilômetros percorridos. Em uma cidade, a "bandeirada" é de R$ 4,00 e o preço por quilômetro percorrido é de R$ 2,00. Quanto pagará uma pessoa que percorrer, de táxi, 12 quilômetros?

h) Regina comprou roupas, gastando um total de R$ 814,00. Deu R$ 94,00 de entrada e o restante da dívida vai pagar em 5 prestações mensais iguais. Qual é o valor de cada prestação?

---

[2] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, permanecem os acentos que diferenciam o singular do plural dos verbos **ter** e **vir**, assim como de seus derivados (manter, deter, reter, conter, convir, intervir, advir etc.). Exemplo: Ele **tem** dois carros. / Eles **têm** dois carros. Ele **mantém** a palavra. / Eles **mantêm** a palavra

2. Potenciação

2.1. Definição

Dado um número racional **a** e um número inteiro **n**, com n > 1, define-se:

$$a^n = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a. \,.....\, .\, a}_{n \text{ fatores}}$$

A expressão na chama-se potência do número racional **a**, onde **a** é a base e **n** é o expoente.

Vejamos alguns exemplos:

a) $(+7)^2 = (+7) \,.\, (+7) = 49$

b) $(-5)^3 = (-5) \,.\, (-5) \,.\, (-5) = -125$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) . \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) . \left(-\frac{1}{2}\right) . \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

e) $(-0{,}2)^4 = (-0{,}2).(-0{,}2).(-0{,}2).(-0{,}2) = 0{,}0016$

f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{1}\right)^2 = (-2)^2 = (-2).(-2) = 4$

g) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(-\frac{5}{2}\right) . \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{25}{4}$

h) $(-2)^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

Lembrando que:

Se o expoente é par, a potência é sempre um número positivo.

Se o expoente é ímpar, a potência tem sempre o mesmo sinal da base.

Observações:

- Dado um número racional **a**, define-se $a^1 = a$. Exemplos:

a) $\left(\frac{3}{10}\right)^1 = \frac{3}{10}$

b) $\left(-\frac{5}{8}\right)^1 = -\frac{5}{8}$

- Dado um número racional **a**, com $a \neq 0$, define-se $a^0 = 1$.

a) $\left(\frac{9}{10}\right)^0 = 1$

b) $(-1{,}7)^0 = 1$

Exercícios

4) Escreva na forma de potência os seguintes produtos:

a) $\left(\frac{9}{10}\right) . \left(\frac{9}{10}\right) . \left(\frac{9}{10}\right) =$

b) $(-1{,}4) \,.\, (-1{,}4) \,.\, (-1{,}4) \,.\, (-1{,}4) \,.\, (-1{,}4) =$

c) $\left(-\frac{11}{5}\right) . \left(-\frac{11}{5}\right) =$

d) $(-2) \,.\, (-2) \,.\, (-2) \,.\, (-2) \,.\, (-2) =$

e) $1 \,.\, 1 \,.\, 1. \,1 \,.\, 1 =$

5) Calcule:

a) $\left(-\frac{1}{9}\right)^2 =$ e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 =$ i) $\left(-\frac{4}{11}\right)^0 =$ m) $(0,9)^1 =$

b) $\left(\frac{7}{6}\right)^2 =$ f) $(-0,6)^2 =$ j) $(0,3)^3 =$ n) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} =$

c) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$ g) $\left(-\frac{7}{10}\right)^{-2} =$ k) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} =$ o) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-4} =$

d) $(-1)^{200}$ h) $(-1)^{201}$ l) $0^{10} =$ p) $120^0 =$

6) Determine o valor de cada uma das seguintes expressões numéricas:

a) $(-9)^2 - 5 \cdot 16$

b) $(-2)^4 : 16 \cdot (-1)^7$

c) $(-6)^2 - (-7)^2 + 13^0$

d) $5^2 - (-3)^2 + (-4)^2$

e) $4 \cdot (-5)^3 + (-20)^2$

f) $5^2 - 10 - 12 : 2^2$

g) $7 + (-2)^3 \bullet 3 - 3^2 : 1$

h) $3^2 \bullet 4 - 5^2$

i) $10 - 3^2 : 2^0 + 5^0$

j) $40 : [(-2)^2 + 4 \bullet (-3)^0]$

k) $[(-12 + 3) : (-3)] - [3^2 - (-4) \bullet (-2)]$

l) $(1 - 0,6)^2 + (1 - 0,3)^2$

m) $(-3)^2 : (1 - 0,8) - (2,2)^2$

7) Num domingo, três pessoas ouviram um segredo. Cada uma delas repetiu esse segredo a três pessoas diferentes no dia seguinte. E o segredo continuou a ser divulgado da mesma maneira. Quantas pessoas souberam o segredo na quinta-feira?

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta
3 pessoas				

8) Complete as sentenças abaixo por um dos sinais =, > ou < para que fiquem verdadeiras:

a) 1^{100} _____ 100^1

b) $(-150)^0$ _____ 1^{150}

c) $1^0 + 1^1$ _____ 1^2

d) $(5 + 3)^2$ _____ $5^2 + 3^2$

e) $2^1 : 2^0$ _____ 1

f) -3^2 _____ $(-3)^2$

3. Expressões Algébricas

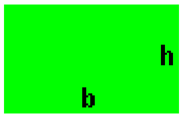
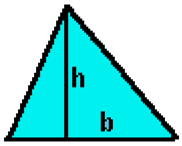
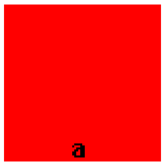
No cotidiano, muitas vezes usamos expressões sem perceber que as mesmas representam expressões algébricas ou numéricas.

Numa papelaria, quando calculamos o preço de um caderno somado ao preço de duas canetas, usamos expressões como 1x + 2y, onde x representa o preço do caderno e y o preço de cada caneta.

Num colégio, ao comprar um lanche, somamos o preço de um refrigerante com o preço de um salgado, usando expressões do tipo 1x + 1y onde x representa o preço do salgado e y o preço do refrigerante.

Usamos a subtração para saber o valor do troco. Por exemplo, se V é o valor total de dinheiro disponível e T é o valor do troco, então temos uma expressão algébrica do tipo V – (1x + 1y) = T.

As expressões algébricas são encontradas muitas vezes em fórmulas matemáticas. Por exemplo, no cálculo de áreas de retângulos, triângulos e outras figuras planas.

Expressão algébrica	Objeto matemático	Figura
$A = b \bullet h$	Área do retângulo	
$A = \dfrac{b \bullet h}{2}$	Área do triângulo	
$P = 4a$	Perímetro do quadrado	

Então, expressões algébricas são expressões matemáticas que apresentam letras e podem conter números. São também denominadas expressões literais.

Exemplos:

$A = 2a + 7b$ $B = (3c + 4) - 5$ $C = 23c + 4$

As letras nas expressões são chamadas **variáveis.** Isto significa que cada letra pode ser substituída por um valor numérico.

3.1. Monômios e polinômios

São expressões matemáticas especiais envolvendo valores numéricos e literais, onde podem aparecer somente operações de adição, subtração ou multiplicação. Os principais tipos são apresentados na tabela:

Nome	Número de termos	Exemplo
monômio	um	$3xy$
binômio	dois	$6x^2y - 7y$
trinômio	três	$ax^2 + bx + c$
polinômio	vários	$2x^3 - 5x^2 + 7x - 1$

Termo é o nome que se dá a todo produto indicado.

Um termo pode ser **numérico** (quando nele só aparecem números) ou **algébrico** (quando nele aparecem números e letras, ou apenas letras). Observe os exemplos:

$$\left.\begin{matrix} 2\,.\,3 \\ 2\,.\,7 \end{matrix}\right\}\text{ Representam termos numéricos.}$$

$$\left.\begin{matrix} 3a \\ -5xy \\ m^2n \\ \frac{2}{3}ax^3y^2 \end{matrix}\right\}\text{ Representam termos algébricos.}$$

Todo termo algébrico apresenta um **coeficiente** (parte numérica) e uma **parte literal.** Veja os exemplos:

a) $6xy \rightarrow \begin{cases} 6 \text{ é o coeficiente.} \\ xy \text{ é a parte literal.} \end{cases}$

b) $-15a^3xy^2 \rightarrow \begin{cases} -15 \text{ é o coeficiente.} \\ a^3xy^2 \text{ é a parte literal.} \end{cases}$

c) $\frac{4}{3}a^2bc^5 \rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3} \text{ é o coeficiente.} \\ a^2bc^5 \text{ é a parte literal.} \end{cases}$

d) $xy^4 \rightarrow \begin{cases} 1 \text{ é o coeficiente.} \\ xy^4 \text{ é a parte literal.} \end{cases}$

Nota: Também são consideradas termos as expressões formadas por um único número ou uma única letra. Assim, 5, –8, $\sqrt{3}$, x, y são termos.

3.2. Redução de termos semelhantes

A adição de dois ou mais polinômios é feita escrevendo-se um polinômio após o outro e conservando-se o sinal de cada termo. Em seguida faz-se a redução dos termos semelhantes, caso existam.

A subtração de dois polinômios é feita adicionando-se o primeiro polinômio ao oposto do segundo.

Exemplo 1: Determinar a soma $(a + 3ab - 2b) + (4a - 2ab - 4b)$

Exemplo 2: Determinar a soma $(5x^2 - 3x + 12) - (7x^2 - 4x + 15)$

3.3. Valor numérico de uma expressão algébrica

É o valor obtido para a expressão, ao substituir as variáveis literais por valores numéricos.

Exemplo 1: Sendo $A = 3x^2y$, determine o valor numérico para $x = 7$ e $y = 2$.

Exemplo 2: Sendo $P = 5xy - y^2$, determine o valor numérico para $x = -2$ e $y = 3$.

Exemplo 3: Seu José faz pequenos fretes urbanos com sua perua Kombi cobrando uma taxa inicial de R$ 10,00 e mais R$ 4,00 por quilômetro rodado.

a) Indicando por x o número de quilômetros rodados, determine a expressão que representa o preço cobrado por ele.

b) Qual o valor numérico da expressão para $x = 6$?

ATENÇÃO!!!!

Muitas vezes devemos utilizar parênteses quando substituímos variáveis por valores negativos.

ERRADO!!!! $3a^3 + 2a^2 + ab = 5a^5 + ab$

Veja que $3a^3$ e $2a^2$ não possuem a mesma parte literal e, portanto, não podem ser somados. No caso acima, não há termos que podem ser somados ou subtraídos.

Seria o mesmo que efetuar a seguinte soma:

Não há lógica a soma de uma lâmpada com um gato, assim como não há, entre $3a^3$ e $2a^2$.

Exercícios

9) Determine as seguintes somas algébricas:

a) $-5a + 3a$
b) $xy + xy$
c) $-ac - 5ac$
d) $10am - 13am$
e) $-3a^2 + 4a^2$
f) $-xy^2 + 7xy^2$
g) $2bc - \frac{1}{5}bc$
h) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{5}x^2$
i) $\frac{3}{4}mn - 2mn$
j) $3x - 10x + 11x$
k) $-2y^2 + 3y^2 - 5y^2$
l) $6ab - 11ab + 6ab$
m) $5a^2m - 12a^2m + 7a^2m$
n) $-xy + 3xy + 4xy - 2xy$
o) $-10n^3 + 8\,n^3 - 7n^3 + 12n^3$
p) $-5am + 8am - 3am + am - 6am$
q) $a^4 + \frac{2}{3}a^4 - \frac{3}{2}a^4$
r) $\frac{1}{2}bc - \frac{4}{5}bc - \frac{1}{10}bc$
s) $-\frac{1}{5}x + \frac{3}{10}x - \frac{1}{10}x$

10) Reduzindo os termos semelhantes, simplifique as expressões algébricas:

a) $2y^3 - 7y + y^3 + 5y - y$
b) $5a - 10ab + 4b - 4a + 8ab$
c) $6x^2 - 8x + 3x^2 - 5 + 10x + 4$
d) $mn + 3m - 5n + 4mn - m + 6n - 2mn$
e) $2a^2 - 5ab + 7b^2 + 4ab - a^2 + 2b^2$
f) $x + y - 2 + 3x + 5 - 2y - x + 1 - y$
g) $\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b + a - 2b$
h) $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 3x^2 - \frac{1}{8}x$

11) Sabemos que um triângulo é equilátero[3] quando todos os seus lados têm a mesma medida. Se você representar a medida do lado do triângulo pela letra x, como poderá representar, de forma simbólica, o perímetro desse triângulo?

12) Escreva a expressão algébrica que representa cada situação abaixo:

a) a soma do quadrado do número x com o quíntuplo do número y.
b) a soma dos quadrados dos números x e y.
c) o quadrado da soma dos números x e y.
d) o produto da soma de a e b pela diferença desses dois números.
e) o perímetro do retângulo de base a e altura h.
f) a soma dos cubos dos números a e b.
g) o cubo da soma dos números a e b.
h) a diferença entre os quadrados dos números x e y.
i) a terça parte do quadrado do número x.
j) a diferença entre o número x e 5.

13) Com vistas à reforma agrária, uma fazenda foi desapropriada pelo Governo Federal e dividida em 100 lotes, todos de forma quadrada e de mesma área, para distribuição entre os "sem-terra[4]". Determine a função que expressa a área A do terreno em função da medida x do lado de cada lote.

---

[3] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, não se usa mais o trema, sinal colocado sobre a letra **u** para indicar que ela deve ser pronunciada nos grupos **gue**, **gui**, **que**, **qui**. **Atenção:** o trema permanece apenas nas palavras estrangeiras e em suas derivadas. Exemplos: Müller, mülleriano

[4] De acordo a nova Reforma Ortográfica 2009, com os prefixos **ex, sem, além, aquém, recém, pós, pré, pró,** usa-se sempre o hífen. **Exemplos**: além-mar, além-túmulo, aquém-mar, ex-aluno, ex-diretor, ex-hospedeiro, ex-prefeito, ex-presidente, pós-graduação, pré-história, pré-vestibular, pró-europeu, recém-casado, recém-nascido, sem-terra.

14) Duas lojas vendem o mesmo artigo pelo mesmo preço **x** para pagamento à vista. Para compra a prazo, esse artigo tem preços diferentes:

Loja 1: entrada de 40% do preço **x** mais três prestações iguais de **y** reais.
Loja 2: entrada de 30% do preço **x** mais duas prestações iguais de **y** reais.

Nessas condições, escreva o polinômio que expressa:
a) O preço do artigo comprado a prazo na loja 1.
b) O preço do artigo comprado a prazo na loja 2.
c) A diferença entre o preço na loja 1 e o preço na loja 2.

15) Pedro é estagiário em uma empresa. Ele recebe R$ 5,87 a hora. No mês de agosto ele trabalhou 157 horas. Determine a expressão numérica que representa seu salário.

16) Calcule o valor numérico das expressões abaixo:

a) $2a + 3b$, para $a = -2$ e $b = -3$
b) $x^2 + 2x$, para $x = -5$
c) $\frac{x + y}{x - y}$, para $x = 4$ e $y = -2$
d) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4}$, para $x = 9$ e $y = -8$
e) $(x - y)^2$, para $x = 9$ e $y = -3$
f) $(x + y)^2$, para $x = 5$ e $y = -9$

17) Calcule o valor da expressão $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ sabendo que $p = \frac{a + b + c}{2}$, onde $a = 5$, $b = 4$ e $c = 3$.

4. Equação do 1º grau

Toda equação que, reduzida à sua forma mais simples, assume a forma $ax = b$, onde **x** representa a incógnita e **a** e **b** são números racionais, com $a \neq 0$, é denominada equação do 1º grau com uma incógnita (variável).

Os números **a** e **b** são denominados coeficientes da equação. Exemplos:

1) $x = 6 \longrightarrow$ equação do 1º grau na incógnita x
2) $3y = -15 \longrightarrow$ equação do 1º grau na incógnita y

Entretanto existem outras equações do 1º grau com uma incógnita que não escritas na forma $ax = b$. Exemplos:

1) $2y + 5 = y - 4$ equação do 1º grua na incógnita y
2) $\frac{t}{2} + \frac{t-1}{3} = 1$ equação do 1º grau na incógnita t

Resolução da equação do 1º grau com uma incógnita

Resolver uma equação do 1º grau com uma incógnita, dentro de um conjunto universo, significa determinar a solução ou raiz dessa equação, caso exista. Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1: Resolver a equação 5x + 1 = 36.

Exemplo 2: Resolver a equação 2 (2x – 1) – 6 (1 – 2x) = 2 (4x – 5).

Exemplo 3: Resolver a equação $\frac{2x+5}{3} - \frac{4x-9}{6} = \frac{3-4x}{2}$.

Exercícios

18) Resolva as equações do 1º grau com uma incógnita, sendo U = R

a) $2x - 8 = 8$

b) $8x - 14 = 2x$

c) $y + 9y + 5 = 15$

d) $3 - (3t - 6) = 2t + (4 - t)$

e) $10 + (3y - 1) - (4 - y) = 5 (y + 10)$

f) $-x + 2 (x + 4) = 2 (3x + 19)$

19) Resolva as equações do 1º grau com uma incógnita, sendo U = R.

a) $\frac{m}{2} - 4 = \frac{m}{3} + \frac{1}{5}$

b) $\frac{t-5}{2} - \frac{1}{3} = \frac{t}{3} - \frac{3t+14}{12}$

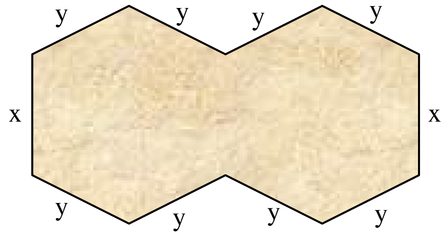
c) $a - \frac{4-a}{5} = 4 - \frac{4-a}{4}$

d) $\frac{2x-5}{8} + \frac{x-1}{2} = \frac{13x+3}{4}$

20) Se você multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura de um retângulo, encontrará a área do retângulo. Representando por **c** a medida do comprimento e por **l** a medida da largura, escreva simbolicamente a representação da área do retângulo.

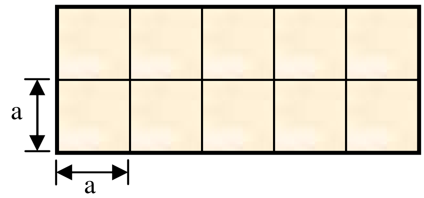
21) Renato e seu cão sobrem juntos numa balança, que marca 49 quilos. Quando Renato desceu da balança, deixando o cão sozinho, a balança marcou x quilos. Que expressão algébrica representa o "peso" de Renato?

22) Dada a figura abaixo, determine:



a) a expressão algébrica que representa o perímetro da figura dada.
b) se x = 2 m, qual deve ser o valor de y para o perímetro seja de 36 m^2.

23) Na figura ao lado temos um retângulo:
a) Encontre a expressão algébrica que representa o perímetro dessa figura.
b) Ache o valor numérico da expressão do perímetro para a = 3,6.
c) Encontre a expressão algébrica que representa a área da figura.
d) Determine o valor numérico da expressão da área para a = 5.



24) Veja a tabela afixada na entrada de um circo:

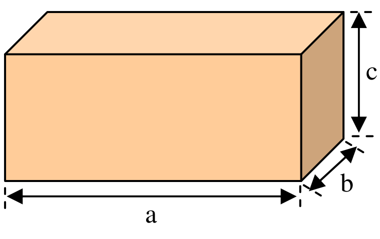
Idade	**Preço**
Até 5 anos	Entrada gratuita
De 6 anos até 12 anos	x reais
De 13 anos até 65 anos	y reais
Mais de 65 anos	Entrada gratuita

O sr. Lucas levou seus 7 netos para assistir ao espetáculo. Os netos deles têm, respectivamente, 16 anos, 15 anos, 14 anos, 12 anos, 11 anos, 9 anos e 4 anos. Se o sr. Lucas tem 67 anos, qual a expressão algébrica que expressa a quantia que ele gastou com os ingressos?

25) Duas raças de cães são vendidas da seguinte maneira:
Raça A: cada cão custa **x** reais. Raça B: cada grupo de 6 cães custa **y** reais.
a) Se eu quiser montar um canil com 5 cães da raça A e 24 cães da raça B, qual é a expressão algébrica que representa a quantia que vou gastar?
b) Se x = 5 e y = 11, qual é o valor numérico dessa expressão.

26) Os funcionários de uma empresa planejaram fazer um baile para arrecadar fundos para uma viagem. A banda contratada pediu R$ 2 500,00 mais a quarta parte da arrecadação da festa. Se a arrecadação foi de **x** reais, responda:
a) Qual a expressão algébrica que expressa a quantia que essa banda vai receber?
b) Se x = 20 000, qual é o valor numérico dessa expressão?

27) O volume de um paralelepípedo retângulo é dado pelo produto de suas medidas: comprimento, largura e altura. Determine a expressão algébrica que representa o volume do paralelepípedo retângulo cujas medidas estão representadas na figura abaixo:



5. Função do 1º grau

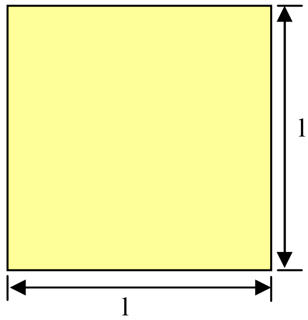
5.1. Noção intuitiva de função

Com frequência[5] encontramos em Matemática, relações entre duas grandezas variáveis. Observemos uma situação:

Exemplo: Seja um quadrado cujo lado mede *l*.

Designando por **p** a medida do perímetro desse quadrado, podemos estabelecer entre **p** e **l** a seguinte relação expressa pela fórmula matemática:

$p = 4 \cdot l$



Notamos, então, que a medida p do perímetro depende da medida *l* do lado do quadrado, o que pode ser verificado pela tabela seguinte:

MEDIDA DO LADO (*l*)	MEDIDA DO PERÍMETRO (p)
0,5	2
1	4
1,2	4,8
2	8
3	12
4,5	18

Pela tabela, observamos que:

- a medida *l* do lado do quadrado é uma grandeza variável;
- a medida p do perímetro do quadrado é uma grandeza variável;
- a todos os valores de *l* estão associados valores de p;
- a cada valor de *l* está associado um único valor de p.

Dizemos, então:

a) A medida p do perímetro de um quadrado é dada **em função** da medida *l* do lado.

b) A relação p = 4 . *l* chama-se **lei de associação** ou **fórmula matemática** desta função.

Na lei de associação dessa função, temos:

$p = 4 \cdot l$

l → variável independente

p → variável dependente

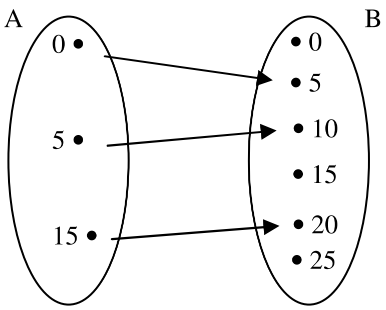
[5] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, não se usa mais o trema.

5.2. A noção de função através de conjuntos

Vamos, agora, estudar **função,** usando a teoria dos conjuntos, pois as colunas vistas nas tabelas do item anterior representam conjuntos numéricos.

Observemos os exemplos:

1º exemplo: Dados os conjuntos A = {0, 5, 15} e B = {0, 5, 10, 15, 20, 25}, seja a relação de A em B expressa pela fórmula $y = x + 5$, com $x \in A$ e $y \in B$.



$x = 0 \Rightarrow y = 0 + 5 = 5$

$x = 5 \Rightarrow y = 5 + 5 = 10$

$x = 15 \Rightarrow y = 15 + 5 = 20$

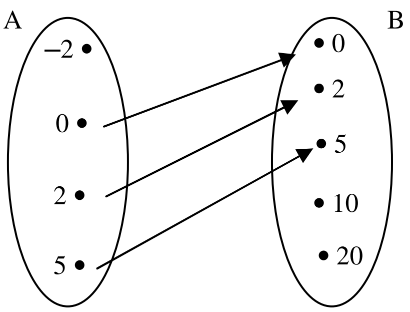
x	y
0	5
5	10
15	20

Observamos que:

- todos os elementos de A estão associados a elementos de B;
- cada elemento de A está associado a um único elemento de B.

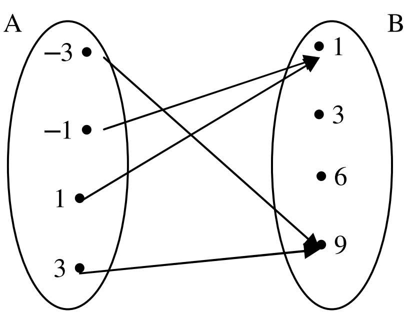
Nesse caso, a relação de A em B expressa pela fórmula $y = x + 5$ é uma **função de A em B.**

2º exemplo: Dados os conjuntos A = {–2, 0, 2, 5} e B = {0, 2, 5, 10, 20}, seja a relação de A em B expressa pela fórmula $y = x$, com $x \in A$ e $y \in B$.



Esse exemplo **não** expressa **uma função de A em B**, pois ao elemento –2 do conjunto A não está associado nenhum elemento de B.

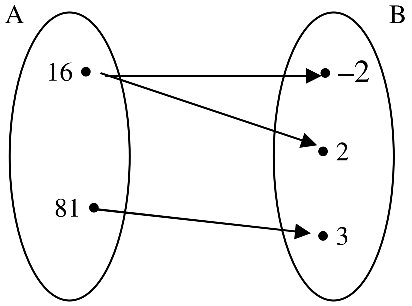
3º exemplo: Dados os conjuntos A = {–3, –1, 1, 3} e B = {1, 3, 6, 9}, seja a relação de A em B expressa pela fórmula $y = x^2$, com $x \in A$ e $y \in B$.



A relação expressa pela fórmula $y = x^2$, nesse caso, representa **uma função de A em B,** pois:

- todos os elementos de A estão associados a elementos de B;
- cada elemento de A está associado a um único elemento de B.

4º exemplo: Dados os conjuntos A = {16, 81} e B = {–2, 2, 3}, seja a relação de A em B expressa pela fórmula $y^4 = x$, com $x \in A$ e $y \in B$.



Esse exemplo **não** representa **uma função de A em B,** pois ao elemento 16 do conjunto A estão associados dois elementos (–2 e 2) do conjunto B.

Definição:

Em vista dos exemplos dados, define-se:

Sendo A e B dois conjuntos não vazios e uma relação f de A em B, essa relação f é uma função de A em B quando a cada elemento x do conjunto A está associado um e um só elemento y do conjunto B.

Pode-se escrever: $f: A \to B$ (lê-se: f é uma função de A em B).

Observação:

Podemos usar a seguinte notação para a lei de associação que define uma função:

$y = x + 5$ ou $f(x) = x + 5$

$y = x^2$ ou $f(x) = x^2$

A lei da função pode ser indicada de uma forma ou de outra, pois y e f(x) significam o mesmo na linguagem matemática.

Exercícios

28) O preço a pagar por uma corrida de táxi depende da distância percorrida. A tarifa y é composta de duas partes: uma parte fixa denominada bandeirada e uma parte variável que depende do número x de quilômetros rodados. Suponha que a bandeirada esteja custando R$ 2,00 e o quilômetro rodado, R$0,50.

a) Expresse y em função de x

b) Quanto se pagará por uma corrida em que o táxi rodou 11 km?

29) Dado $f(x) = 3x + 7$ ($f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$), calcule:

a) f(0) b) f(1) c) f(2) d) f(3) e) f(–1) f) f(5)

30) O preço "**P**" em reais de uma corrida de táxi é função da quantidade de quilômetros rodados e "**q**" e da bandeirada "**B**" utilizada: P = B + 0,80 . q, onde R$ 0,80 é o preço do quilômetro rodado. Se a corrida é feita dentro de um mesmo município, **B = R$ 4,00** e, caso seja feita mudando-se de município, **B = R$ 8,00.**

a) Qual a fórmula de "**P**" em relação a "**q**" para uma corrida dentro de um mesmo município?

b) Qual a fórmula de "**P**" em relação a "**q**" para uma corrida entre dois municípios?

c) Se uma corrida de táxi ficou em P = R$ 5,60 e foi feita dentro de um mesmo município, quanto quilômetro o táxi rodou?

d) Se uma corrida de táxi ficou em P = R$ 20,00 e foi feita entre dois municípios, quantos quilômetros o táxi rodou?

31) Uma indústria implantou um programa de prevenção de acidentes de trabalho. Esse programa prevê que o número y de acidentes varie em função do tempo **t** (em anos) de acordo com a lei y = 28,8 – 3,6t. Nessas condições, quantos anos levará para essa indústria erradicar os acidentes de trabalhos?

32) Uma empresa de telefonia celular está fazendo a seguinte promoção: ao comprar uma linha de telefone celular, no primeiro mês o cliente paga uma taxa única de R$ 40,00 e pode utilizar o aparelho pelo tempo que quiser. Considere C o valor da conta, em reais, a ser paga e **t** o tempo de uso do aparelho. Escreva a representação matemática da função C(t).

33) Dado f(x) = 3x – 2, determine:

a) f(2) b) f(–3) c) $f\left(\frac{2}{3}\right)$

34) O salário fixo mensal de um segurança é de R$ 560,00. Para aumentar sua receita, ele faz plantões noturnos em uma boate, onde recebe R$ 60,00 por noite de trabalho.

a) Se em um mês o segurança fizer 3 plantões, que salário receberá?

b) Expresse por meio de uma função o salário final y quando ele realiza x plantões

35) Uma companhia de telefones celulares oferece a seus clientes duas opções: na primeira opção, cobra R$ 38,00 pela assinatura mensal e mais R$ 0,60 por minuto de conversação; na segunda, não há uma taxa de assinatura, mas o minuto de conversação custa R$ 1,10. Qual a opção mais vantajosa para quem conversar 20 minutos?

36) Seis pessoas vão a um restaurante. Cada uma pede o prato do dia e uma delas não pede sobremesa. Se o prato do dia custa **x** reais e cada sobremesa custa 4 reais a menos que o prato do dia, responda:

a) Qual é o polinômio que expressa a quantia que estas pessoas gastaram no restaurante?

b) Supondo que elas tenham gasto a quantia de 90 reais, qual é o valor de **x** nesse caso?

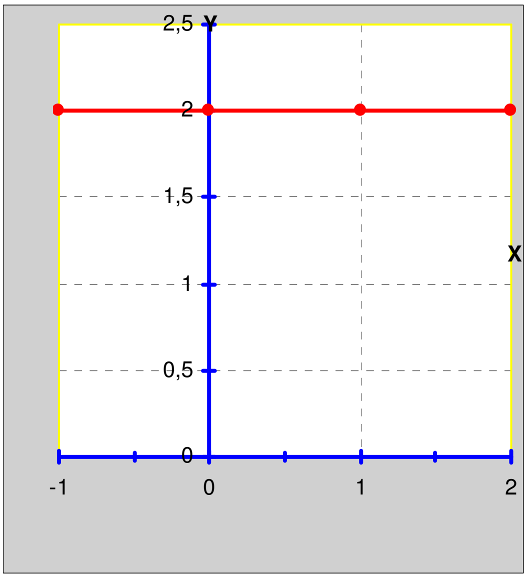
37) Chama-se *densidade demográfica* o número que se obtém dividindo-se a população pela superfície da região considerada. De acordo com o quadro e supondo que as densidades demográficas das regiões A e B sejam iguais, determine a superfície ocupada por cada uma das regiões.

Região	População (habitantes)	Superfície (em km^2)
A	150 000	(x + 50)
B	60 000	(x – 40)

6. Construção de gráfico do 1º grau

No gráfico ao lado, representamos o número de olhos da Juliana, desde que nasceu até sua idade atual.

Podemos ver que com 1 ano de idade Juliana tinha 2 olhos. Com 2 anos também tinha 2 olhos. Com 3 anos também tinha 2 olhos. Enfim, desde que nasceu até a idade atual Juliana tem 2 olhos. O número de olhos de Juliana é **constante** ao longo do tempo.



6.1. Função polinomial constante

Consideremos um número *a*.

Denominamos *função polinomial constante* à função $f : R \to R$ definida por $f(x) = a$ para todo x real.

Exemplos

1º) $f : R \to R, \quad f(x) = 3 \quad \forall\, x \in R$ (leia: qualquer que seja x pertencente a R, ou, para todo x real)

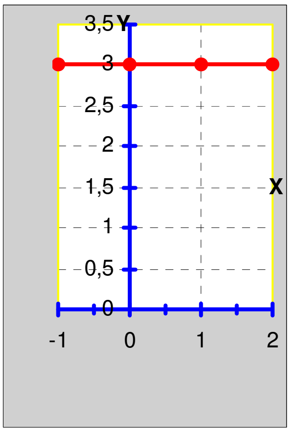
2º) $f : R \to R, \quad f(x) = -\frac{1}{2} \quad \forall\, x \in R$

No 1º exemplo tomamos a = 3, enquanto que no 2º tomamos $a = -\frac{1}{2}$.

Gráfico

Façamos o gráfico de $f : R \to R$ definida por $f(x) = 3$.

A tabela mostra-nos alguns pontos do gráfico, que é uma reta paralela ao eixo das abscissas. Basta marcar esses pontos e traçar a reta que passa por eles.



Convém[6] notar que não podemos marcar tabela todos os pontos do gráfico, porque o domínio da função é $\Re$ e, portanto há infinitos pontos.

O gráfico de uma função polinomial constante é uma reta paralela ao eixo das abscissas.

6.2. Função polinomial do 1º grau

Consideremos dado um polinômio do 1º grau ax + b, na variável x, com **a** e **b** reais e $a \neq 0$.

Denominamos *função polinomial do 1º grau* à função $f : R \to R$ definida por $f(x) = ax + b$ para todo x real.

A função polinomial do 1º grau é também chamada *função afim.*

Exemplos

$f : R \to R, \quad f(x) = 2x + 1 \quad \forall x \in R \quad (\text{onde } a = 2 \text{ e } b = 1)$

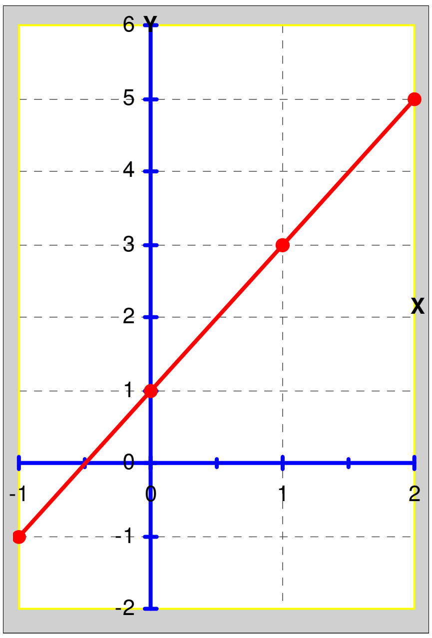
$f : R \to R, \quad f(x) = -x + 2 \quad \forall x \in R \quad (\text{onde } a = -1 \text{ e } b = 2)$

$f : R \to R, \quad f(x) = \dfrac{x}{4} \quad \forall x \in R \quad \left(\text{onde } a = \dfrac{1}{4} \text{ e } b = 0\right)$

Gráfico

Façamos o gráfico $f : R \to R$ definida por $f(x) = 2x + 1$.

A tabela mostra-nos alguns pontos do gráfico, que é uma reta. Basta marcar esses pontos e traçar a reta que passa por eles.



[6] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, permanecem os acentos que diferenciam o singular do plural dos verbos **ter** e **vir**, assim como de seus derivados (manter, deter, reter, conter, convir, intervir, advir etc.). Exemplo: Ele **tem** dois carros. / Eles **têm** dois carros. Ele **mantém** a palavra. / Eles **mantêm** a palavra.

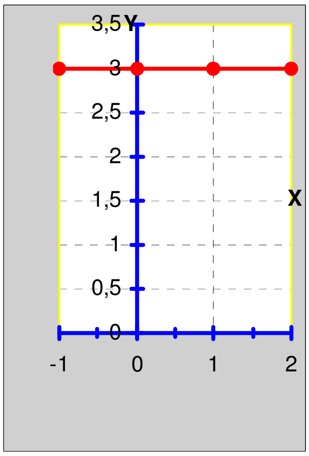
6.3. Inclinação

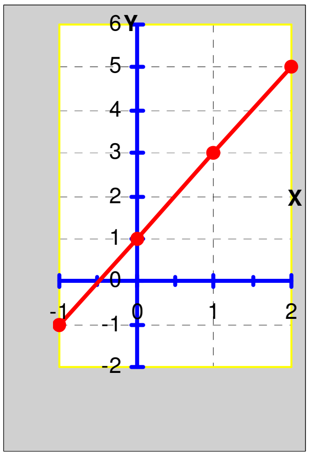
Observemos os gráficos das funções:

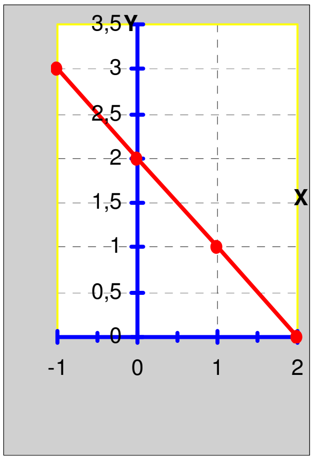
(I) $f(x) = 3$

(II) $= f(x) = 2x + 1$

(III) $= -x + 2$







Em (I) temos uma reta paralela ao eixo dos x; por isso dizemos que essa reta tem **inclinação nula.**

Em (II) temos uma reta de **inclinação positiva,** enquanto que em (III) temos uma reta de **inclinação negativa.**

Notemos que a reta de inclinação positiva é gráfico da função $f(x) = 2x + 1$, onde o coeficiente de x é $a = 2$ e portanto $a > 0$. A reta de inclinação negativa é gráfico de $f(x) = -x + 2$, onde $a = -1$ e portanto $a < 0$.

Quando $a > 0$, o gráfico da função $f(x) = ax + b$ é uma reta de **inclinação positiva.**
Quando $a < 0$, a reta tem **inclinação negativa.**
Quando $a = 0$, recaímos na função constante e a reta tem **inclinação nula** (paralela ao eixo dos x).

Exercícios

38) Faça os gráficos das seguintes funções constantes:

a) $f(x) = 4$ b) $f(x) = -2$ c) $f(x) = \frac{1}{2}$ d) $f(x) = 0$

39) Faça os gráficos das seguintes funções polinomiais do 1º grau:

a) $f(x) = 4x - 2$
b) $f(x) = -2x - 1$
c) $f(x) = \frac{x}{2} + 1$
d) $f(x) = x$
e) $f(x) = -x$
f) $f(x) = 1 - x$

40) É dada a expressão algébrica $4 \bullet (2)^{x+y} - 100 \bullet (4)^{x-y}$. Determine o valor numérico dessa expressão para $x = 6$ e $y = 4$.

41) Dada as funções abaixo, determine os valores em que a função intercepta os eixos x e y.

a) $y = 2x - 3$ b) $y = 8 - 2x$ c) $y = 4 - \frac{x}{2}$

42) Para fazer uma salada de frutas usei 3 goiabas, 1 banana, 4 laranjas, 5 fatias de abacaxi, 2 mamões, 3 xícaras de morango e 6 mangas. Para saber o total de calorias dessa salada, consultei a seguinte tabela:

Manga	(2x – 30) cal
Banana	(x + 30) cal
Laranja	(x + 10) cal
Abacaxi (1 fatia)	(2x – 60) cal
Goiaba	x cal
Mamão	(x – 10) cal
Morango (1 xícara)	(x – 20) cal

Olhando a tabela, escreva o polinômio que representa o total de calorias dessa salada de frutas.

43) Dado $f(x) = 3x + 4$, determine:
a) $f(0)$ b) $f(-1)$ c) $f\left(\frac{2}{3}\right)$ d) $f\left(\frac{1}{3}\right)$

44) Um fazendeiro estabelece o preço da saca de café, em função da quantidade de sacas adquiridas pelo comprador, usando a equação $P = 50 + \frac{200}{x}$, em que **P** é o preço em dólares e **x** é o número de sacas vendidas.
a) Quanto se deve pagar, por saca, um comprador que adquirir cem sacas?
b) Quanto se deve pagar, por saca, um comprador que adquirir quinhentas sacas?

45) Um vendedor recebe mensalmente um salário composto de duas partes: uma fixa, no valor de R$ 900,00, e uma variável, que corresponde a uma comissão de 8% do total de vendas que ele fez durante o mês.
a) Expressar a lei da função que representa seu salário mensal.
b) Calcular o salário do vendedor sabendo que durante um mês ele vendeu R$ 50 000,00 em produtos.

46) O custo C em reais para produzir **x** unidades de um produto eletrônico é dado por $C(x) = 18x + 4\,500$. Qual é o custo para se produzir 1 000 unidades desse produto?

47) Após o pagamento de todos os custos na importação de um produto, uma empresa calcula o faturamento de um produto que terá com o mesmo usando a lei de $f(x) = 8x - 860$, onde $f(x)$ é o faturamento líquido de **x** unidades vendidas. Qual a quantidade mínima que essa empresa terá de vender para obter lucro?

48) A empresa de programas de computador Microhouse paga a seus vendedores R$ 2,00 por programa vendido, mais uma quantidade fixa de R$ 800,00. Uma outra empresa concorrente, a JPeg, paga R$ 2,50 por programa vendido, mais um fixo de R$ 500,00. Qual a quantidade mínima de programas que um vendedor da JPeg deve vender para ganhar mais que um vendedor da Microhouse?

49) Um provedor de acesso à Internet oferece dois planos para seus assinantes:
Plano A – Assinatura mensal de R$ 8,00 mais R$ 0,03 para cada minuto de conexão durante o mês.
Plano B – Assinatura mensal de R$ 10,00 mais R$ 0,02 para cada minuto de conexão durante o mês.
Acima de quantos minutos de conexão por mês é mais econômico optar pelo plano B?

7. Regra de três simples

7.1. Grandezas diretamente proporcionais

Pensemos na seguinte situação:

Renata está na padaria do "seu" Joaquim e pretende comprar uns biscoitos deliciosos que custam R$ 5,00 cada. Quanto Renata vai gastar?

Bem, tudo vai depender do número de biscoitos comprados. A tabela abaixo mostra como podem variar o número de biscoitos e preços.

nº de biscoitos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
preço (R$)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60

Podemos observar que o número de biscoitos que Renata pode comprar é **variável** e que Renata pode gastar uma quantia **variável**.

Entretanto, podemos observar que a quantia gasta é sempre igual ao número de biscoitos comprados 5 vezes. A razão entre o numero de biscoitos e seu preço é sempre a mesma:

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = \ldots\ldots = \frac{12}{60}.$$

Por esse motivo dizemos que a **grandeza** número de biscoitos e a **grandeza** preço dos biscoitos são **grandezas diretamente proporcionais.**

Duas grandezas variáveis são chamadas de **grandezas diretamente proporcionais** quando a razão entre os valores da primeira grandeza e os valores correspondentes da segunda é sempre a mesma.

7.2. Grandezas inversamente proporcionais

Pensemos agora na seguinte situação:

Renata comprou 120 biscoitos na padaria do "seu" Joaquim, levou para casa e distribuiu para os amigos, dando a mesma quantidade para todos. Quantos biscoitos cada um ganhou?

Aqui também a resposta vai depender do número de amigos da Renata. A tabela abaixo mostra como varia o número de biscoitos dependendo do número de amigos.

número de amigos	1	2	3	4	5	6
número de biscoitos para cada amigo	120	60	40	30	24	20

Podemos observar que o número de biscoitos dados a cada amigo é **variável** e que o número de amigos que Renata pode ter também é **variável.**

Entretanto, observamos que o número de amigos vezes o número de biscoitos dados a cada um é sempre 120:

$$1 \times 120 = 2 \times 60 = 3 \times 40 = 4 \times 30 = 5 \times 24 = 6 \times 20$$

Por esse motivo dizemos que a **grandeza** número de amigos e a **grandeza** número de biscoitos dados a cada amigo são **grandezas inversamente proporcionais.**

Duas grandezas variáveis são chamadas de **grandezas inversamente proporcionais** quando o produto de cada valor da primeira grandeza pelo valor da segunda é sempre o mesmo.

7.3. Resolvendo a regra de três simples

Muitas vezes estamos diante de problemas que envolvem grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Para sua resolução é muito importante conhecer a regra pratica chamada **regra de três simples.**

Exemplo 1: Tatiana comprou 8 m de um tecido por R$ 280,00. Quanto pagará por 10 m do mesmo tecido?

Exemplo 2: À velocidade de 800 km/h um Boeing vai de São Paulo a Belo Horizonte em 42 minutos. Se voar a 600 km/h, em quanto tempo fará a mesma viagem?

Exercícios

50) Resolva:

a) Se 3,5 kg de feijão custam R$ 6,30, quanto custarão 6,5 kg?

b) Se 22 litros de gasolina custam R$ 44,00, quanto custam 27 litros?

c) O relógio de Nanci atrasou 26 segundos em 48 horas. Qual será o seu atraso em 30 dias?

d) Sílvia quer ler um romance de 352 páginas. Em 3 horas de leitura conseguiu ler 48 páginas. Quanto tempo levará para ler o livro todo?

e) Para colocar azulejos num edifício, 5 pedreiros de igual capacidade levam 27 dias. Com apenas 3 desses pedreiros, o mesmo trabalho poderá ser feito em quantos dias?

f) O relógio de Rogério adiantou 21 segundos em 7 dias. Quanto adiantará em 360 dias?

g) Mantendo sempre a mesma velocidade, um automóvel percorre 266 km em 3,5 horas. Que distância andará em 4,5 horas?

h) Um trem, rodando à velocidade constante de 50 km/h, vai de São Paulo ao Rio em 8 horas. Em quanto tempo fará a mesma viagem se a velocidade passar para 80 km/h?

i) Um navio dispõe de reservas suficientes para alimentar 14 homens durante 45 dias, mas recebe 4 sobreviventes de um naufrágio. As reservas de alimento darão para no máximo quantos dias?

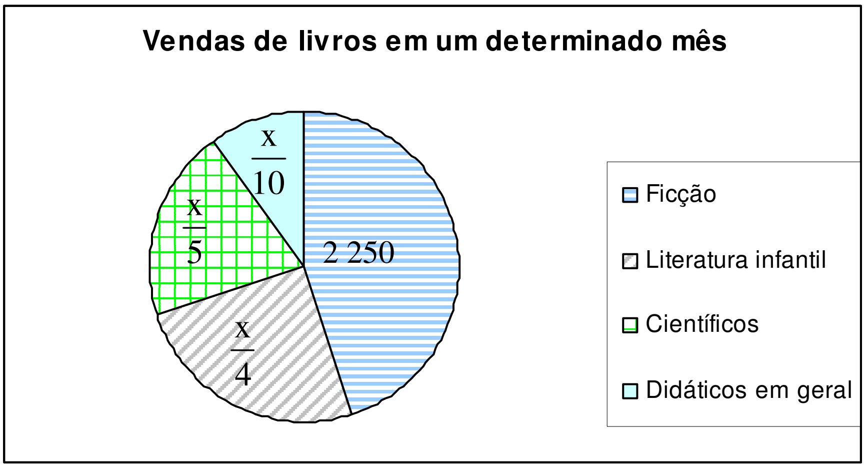
j) Em 25 litros de água, à temperatura ambiente, é possível dissolver até 8 925 g de sal (cloreto de sódio). Em 1 400 litros de água, qual a quantidade máxima de sal que pode ser dissolvida?

k) Para imprimir 5 100 exemplares de certo livro são necessários 2 444 kg de papel. Qual a quantidade máxima de exemplares que podem ser impressos com 2 156 kg desse papel?

l) Completamente aberta, uma torneira enche um balde de 20 litros em 33 segundos. Qual é o tempo necessário para encher um tanque de 1 240 litros?

51) Veja, no gráfico, as quantidades dos diversos tipos de livros que uma livraria vendeu num determinado mês. Se x representa o total de livros vendidos, responda:

a) Qual o total de livros vendidos por essa livraria nesse mês?
b) Quantos livros científicos foram vendidos?



8. Porcentagem

8.1. Introdução

Sabemos que cada número racional pode ser representado por muitas frações, todas equivalentes[7] entre si.

Por exemplo, as frações

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \ldots$$

são diferentes formas de representar o mesmo número racional.

[7] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, não se usa mais o trema.

Sabemos também que cada número racional pode ser representado por um numeral decimal.
Por exemplo

$\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\qquad \frac{1}{4} = 0{,}25$ $\qquad \frac{3}{5} = 0{,}6$ $\qquad \frac{47}{100} = 0{,}47$

A passagem da fração para o numeral decimal é feita dividindo-se o numerador pelo denominador da fração.

Por sua vez, cada numeral decimal equivale a uma fração decimal, ou seja, a uma fração cujo denominador é uma potência de 10.

Por exemplo

$0{,}5 = \frac{5}{10}$ $\qquad 0{,}25 = \frac{25}{100}$ $\qquad 0{,}6 = \frac{6}{10}$ $\qquad 0{,}47 = \frac{47}{100}$

8.2. Fração centesimal

Uma fração cujo denominador é 100 é chamada **fração centesimal.**

São exemplos de frações centesimais:

$\frac{7}{100}, \frac{19}{100}, \frac{30}{100}, \frac{80}{100}, \frac{115}{100}, \frac{201}{100}.$

É claro, que as frações centesimais (como qualquer fração) podem ser representadas por números decimais.

Por exemplo, as frações anteriores podem ser assim representadas:

0,07 0,19 0,30 0,80 1,15 2,01.

8.3. Taxa porcentual

Existe, entretanto, outra forma de representar as frações centesimais, muito usada no comércio e nas atividades econômicas em geral, que é a seguinte:

$\frac{7}{100} = 7\%$ **(leia: sete por cento)**

$\frac{19}{100} = 19\%$ **(leia: dezenove por cento)**

$\frac{30}{100} = 30\%$ **(leia: trinta por cento)**

$\frac{115}{100} = 115\%$ **(leia: cento e quinze por cento)**

$\frac{201}{100} = 201\%$ **(leia: duzentos e um por cento)**

Cada um dos numerais 7%, 19%, 30%, etc. é chamado de **taxa percentual.** As taxas porcentuais podem não ser dadas por números inteiros. Exemplos: 3,5%, 4,7%, 62,3%.

Nesses casos devemos dar a seguinte interpretação:

$3{,}5\% = \frac{3{,}5}{100} = \frac{35}{1000}$ $\qquad 4{,}7\% = \frac{4{,}7}{100} = \frac{47}{1000}$ $\qquad 62{,}3\% = \frac{62{,}3}{100} = \frac{623}{1000}$

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1: Em um colégio estudam 750 alunos. Desses, 52% estudam no período da tarde. Quantos alunos estudam à tarde?

Exemplo 2: No fim de uma temporada, uma equipe de basquete havia ganhado 26 jogos dos 40 disputados. Qual foi a porcentagem de partidas ganhas pelo clube no final da temporada?

Exemplo 3: Você comprou um objeto por R$ 2 000,00 e vendeu esse mesmo objeto por R$ 2 500,00. Qual foi a porcentagem do seu lucro em relação ao preço de compra?

Exercícios

52) Escreva cada fração centesimal abaixo na forma de taxa porcentual:

a) $\frac{11}{100}$ c) $\frac{45}{100}$ e) $\frac{95}{100}$ g) $\frac{135}{100}$ i) $\frac{1}{100}$

b) $\frac{31}{100}$ d) $\frac{100}{100}$ f) $\frac{112}{100}$ h) $\frac{231}{100}$ j) $\frac{4}{100}$

53) Escreva cada numeral decimal abaixo na forma de fração decimal e, em seguida, passe a forma de taxa porcentual. Veja o modelo (a).

a) $0,2 = 0,20 = \frac{20}{100} = 20\%$

b) 0,3 d) 1,15 f) 0,1276 h) 2,.3 j) 0,09

c) 0,03 e) 0,075 g) 1,4 i) 1,132

54) Determine:

a) 20% de 600 b) 75% de 1 500 c) 150% de 2 000

55) Calcular os valores de:

a) 10% de 29 + 4,2% de 17

b) 0,4% de 125 + 1,6% de 234,25

c) 5,3% de 18,45 – 3,4% de 2,7

d) 4% de 1.439,25 + 3,6% de 17 432

56) Se 42% dos 2 000 alunos de uma escola são homens, quantas são as mulheres?

57) Décio estava precisando de dinheiro e aceitou vender sua bicicleta a Rafael, com desconto de R$ 50,00 sobre o preço pedido que era R$ 400,00. Qual foi a taxa porcentual do desconto concedido?

58) Em certa cidade as tarifas de ônibus foram aumentadas, passando de R$ 16,00 para R$ 24,00. Qual foi o porcentual de aumento?

59) Célio decidiu comprar um objeto e vai dar como entrada 30% do preço total, na forma de um cheque de R$ 405,00. Qual é o preço da casa?

60) Em uma granja 20% das aves são galinhas. Entre pintinhos, frangos e galos contam-se 2 320 animais. Quantas galinhas existem nessa granja?

61) Diana pesava 56 kg e engordou, passando a pesar 63 kg. Qual o aumento porcentual que houve no peso de Diana?

62) Em um colégio 38% dos alunos são meninos e as meninas são 155. Quantos alunos têm esse colégio?

63) Em uma cidade 6% dos habitantes são analfabetos. Os habitantes que sabem ler são 5 170 pessoas. Quantos indivíduos morram nessa cidade?

64) Na indústria Metalustro S.A. trabalham 323 homens. As mulheres constituem 66% dos trabalhadores. Qual é o total de trabalhadores dessa fábrica?

65) Num lote de 50 lâmpadas, 13 apresentam defeito. Determine a razão percentual entre o número de lâmpadas defeituosas e o total de lâmpadas?

66) De um exame para habilitação de motoristas participaram 380 candidatos; sabe-se que a taxa de reprovação foi de 15%. Quantos candidatos foram aprovados?

67) Em uma liquidação, uma camisa que custava R$ 24,00 foi vendida com 25% de desconto. De quanto foi o desconto?

68) Uma nota promissória, cujo valor era de R$ 5 000,00 foi paga com um desconto de R$ 250,00. Qual a taxa de desconto?

69) Uma compra foi efetuada no valor de R$ 1 500,00. Obteve-se um desconto de 5%. Qual foi o valor pago em reais?

70) Um carro, que custava R$ 12.000,00, sofreu uma valorização (acréscimo) de 0,12% sobre o seu preço. Quanto ele passou a custar?

71) Uma impressora a laser custou R$ 2.000,00 para uma gráfica. No período de um mês, ela apresentou um lucro de R$ 100,00. De quanto porcento foi o lucro sobre o preço de compra?

72) Se 250 g de azeitonas custam R$ 4,60, qual será o preço de $\frac{3}{4}$ de quilo dessas azeitonas?

73) Uma bolsa é vendida por R$32,00. Se seu preço fosse aumentado em 20%, quanto passaria a custar?

74) Certa mercadoria, que custava R$24,00, passou a custar R$30,00. Calcule a taxa percentual do aumento.

75) Qual o preço de uma mercadoria que custa R$50,00 após dois aumentos sucessivos de 25% e 20%, respectivamente?

76) Marco Aurélio pegou um táxi comum, que cobra R$ 3,20 pela bandeirada e R$ 1,20 por quilômetro rodado, para ir à casa de sua namorada, que fica a 15 km de distância.
   a) Escreva a função correspondente ao valor pago.
   b) Quanto Marco pagou ao taxista?

77) O salário de um vendedor é constituído de um valor fixo de R$ 500,00 e de uma porcentagem de 10% sobre as vendas **x** efetuadas no mês. Determine:
   a) Quanto o vendedor irá receber se as vendas atingirem R$ 1.250,00?
   b) Qual foi o valor das vendas efetuadas se o salário recebido foi de R$ 2.730,00?

78) Observe o anúncio de uma geladeira:

R$ 1200,00 / 15% de entrada — O restante em 6 prestações iguais

   a) Qual o valor da entrada?
   b) Qual o valor de cada prestação?

79) Uma firma contrata o trabalho de um encanador na base de R$ 49,00 por dia. Sabe-se que ele trabalhou durante 18 dias, e do total a lhe ser pago foi descontado 8% para o Imposto de Renda. Qual a quantia líquida que ele recebeu?

80) Em 2010, a passagem de ônibus na cidade de São Paulo subiu de R$ 2,30 para R$ 2,70. De quantos % foi o aumento?

81) Paulo e Pedro são vendedores de componentes eletrônicos de empresas diferentes. Paulo recebe 8% de comissão, enquanto Pedro recebe um salário fixo de R$ 300,00 mais 5% de comissão. Supondo que num determinado mês ambos tenham vendido **x** reais em mercadoria,
   a) Qual é a expressão algébrica que representa o valor recebido por Paulo?
   b) E o recebido por Pedro?
   c) Qual deve ser o valor de x para que os dois recebam a mesma quantia?

82) Determine a função que representa o valor a ser pago após um desconto de 3% sobre o valor **x** de uma mercadoria.

83) Fernando gasta 25% do salário no pagamento no aluguel da casa, 15% na prestação de um forno micro-ondas[8] e $\frac{1}{10}$ na compra de frutas e verduras. Se ainda lhe restaram R$ 84,00, determine o valor do salário de Fernando.

---

[8] Quando o prefixo termina por vogal, usa-se o hífen se o segundo elemento começar pela mesma vogal. Exemplos: anti-ibérico, anti-imperialista, anti-inflamatório, contra-ataque, micro-ônibus, semi-internato, semi-interno.

CAPÍTULO II - ESTATÍSTICA: Conceitos iniciais

1. Introdução – Breve histórico

O termo *Estatística* provém[9] da palavra Estado e foi utilizado originalmente para denominar levantamentos de dados, cuja finalidade era orientar o Estado em suas decisões.

Neste sentido foi utilizado em épocas remotas para determinar o valor dos impostos cobrados dos cidadãos, para determinar a estratégia de uma nova batalha em guerras que se caracterizavam por uma sucessão de batalhas. (Era fundamental aos comandantes saber de quantos homens, armas, cavalos etc. dispunham após a última batalha.)

Atualmente, a Estatística é definida da seguinte forma:

Estatística é um conjunto de métodos e processos quantitativos que serve para estudar e medir os fenômenos coletivos.

A estatística teve acelerado desenvolvimento a partir do século XVII, com os estudos de **Bernoulli, Pascal, Laplace, Gauss, Galton, Pearson, Fisher, Poisson** e outros que estabeleceram suas características atuais.

Ela não alcançou ainda um estado definitivo. Continua a progredir na razão direta do desejo de investigação.

A Estatística é considerada por alguns autores como Ciência no sentido do estudo de uma população. É considerada como método quando utilizada como instrumento por outra Ciência.

A Estatística mantém com a Matemática uma relação de dependência, solicitando-lhe auxílio, sem o qual não poderia desenvolver-se.

Com as outras Ciências mantém a relação de complemento, quando utilizada como instrumento de pesquisa.

Em especial esta última é a relação que a Estatística mantém com a Administração, Economia, Ciências Contábeis, servindo como instrumento auxiliar na tomada de decisões.

Portanto, a Estatística fornece métodos para a coleta, organização, descrição, análise e interpretação de dados e para a utilização na tomada de decisões.

As estatísticas são usadas para tomar decisão. Por exemplo:

. a relação entre o número de vagas e o número de candidatos de cada curso dá ideia[10] da probabilidade de aprovação.

. as estatísticas de trânsito são úteis para organizar o policiamento.

. nos horários de pico (horário nobre) , o preço da propaganda é, evidentemente, maior.

Usam-se, também, os conhecimentos de Estatística em outras áreas tão diversas como Engenharia, Medicina, Agronomia, Psicologia, Pedagogia, etc.

2. Objetivo da Estatística

Estatística tem como objetivo o estudo dos fenômenos coletivos.

3. Variáveis

Variável é, convencionalmente, o conjunto de resultados possíveis de um fenômeno. Existem dois tipos de variáveis: quantitativas **(variáveis numéricas) e** qualitativas **(variáveis não numéricas).**

---

[9] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, permanecem os acentos que diferenciam o singular do plural dos verbos **ter** e **vir**, assim como de seus derivados (manter, deter, reter, conter, convir, intervir, advir etc.). Exemplo: Ele **mantém** a palavra. / Eles **mantêm** a palavra.

[10] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, não se usa mais o acento dos ditongos abertos **éi** e **ói** das palavras paroxítonas (palavras que têm acento tônico na penúltima sílaba). Exemplos: androide, colmeia, Coreia, epopeia, estreia, jiboia, joia, odisseia, paranoia, paranoico, plateia. Mas herói conserva seu acento, pois é uma palavra oxítona.

3.1. Variável Qualitativa: quando seus valores são expressos por atributos: sexo (masculino - feminino), cor da pele, estado civil, etc. Dentre as variáveis qualitativas ainda existem dois tipos:

a) Variável Qualitativa Ordinal
Existe certa ordem em seus possíveis resultados. **Exemplos:** tamanho (P, M, G); classe social (baixa, média, alta); grau de instrução (Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Superior); estado civil.

b) Variável Qualitativa Nominal
Não existe ordenação em seus possíveis resultados. **Exemplos:** sexo, turma, hábito de fumar.

3.2. Variável Quantitativa: quando seus valores são expressos em números: salário, idade, número de filhos, etc. Dentre as variáveis quantitativas ainda existem dois tipos:

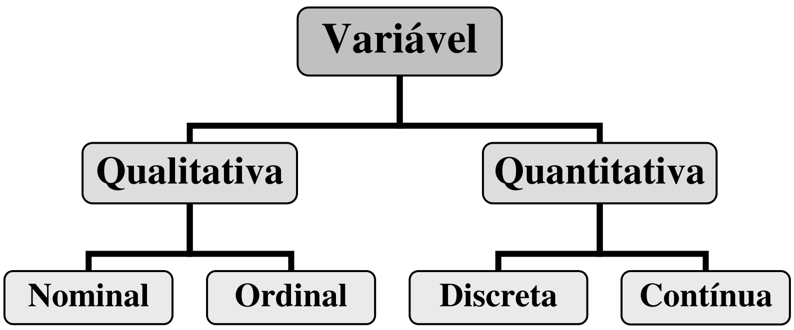
a) Variável quantitativa discreta: Seus possíveis valores formam um conjunto finito ou enumerável de números que resultam freqüentemente de uma contagem.
Exemplos: número de filhos, idade (em anos), cine (número de vezes que vai ao cinema por semana).

b) Variável quantitativa contínua: Seus possíveis valores formam um intervalo de números reais que resultam normalmente de uma mensuração.
Exemplos: peso, altura, salário.

Assim, o número de alunos de uma escola pode assumir qualquer um dos valores do conjunto N = {1, 2, 3, ..., 58, ...}, porém, nunca valores como: 2,5 ou 3,78 ou 4,325 etc. Logo, é uma variável discreta. Já o peso desses alunos é uma variável contínua, pois um dos alunos tanto pode pesar 72 kg, como 72,5 kg, como 72,54 kg etc., dependendo esse valor da precisão da medida.

De um modo geral, as **medições** dão origem a variáveis contínuas e as **contagens ou enumerações**, as variáveis discretas.

Esquema



Exercícios

84) Classifique as variáveis em qualitativas ou quantitativas:
a) cor dos cabelos dos alunos de uma escola.
b) número de filhos de casais residentes em uma determinada rua.
c) o ponto obtido em cada jogada de um dado.
d) naturalidade das pessoas que vivem na cidade de São Paulo.
e) escolaridade dos funcionários de uma empresa.

85) Diga quais variáveis são discretas e quais são contínuas:
- a) número de ações negociadas na bolsa.
- b) número de filhos de um certo casal.
- c) comprimento dos pregos produzidos por uma máquina.
- d) número de volumes na biblioteca da UNIBAN.
- e) salário dos funcionários de uma empresa.

86) Num estudo feito numa empresa, recolheram-se dados referentes às seguintes variáveis:

(A) idade
(B) grau de escolaridade
(C) sexo
(D) tempo gasto diariamente no trajeto à empresa
(E) distância de casa à empresa
(F) local de residência
(G) número de dependentes

a) Das variáveis indicadas, quais são as quantitativas e quais são as qualitativas?
b) Das variáveis quantitativas, quais são contínuas e quais são discretas?
c) Das variáveis qualitativas, quais são ordinais e quais são nominais?

4. População e Amostra

Ao coletar os dados referentes às características de um grupo de objetos ou indivíduos, tais como as alturas e pesos dos estudantes de uma universidade ou os números de parafusos defeituosos ou não produzidos por uma fábrica em certo dia, é muitas vezes impossível ou impraticável observar todo o grupo, especialmente se for muito grande. Em vez de examinar todo o grupo, denominado **população,** examina-se uma pequena parte chamada **amostra**.

É necessário garantir que a amostra seja representativa da população, isto é, a amostra deve possuir as mesmas características básicas da população, no que diz respeito ao fenômeno que desejamos pesquisar. É preciso, pois, que a amostra ou as amostras que vão ser usadas sejam obtidas por processos adequados.

5. Dados Estatísticos

Normalmente, no trabalho estatístico o pesquisador se vê obrigado a lidar com grande quantidade de valores numéricos resultantes de um Censo ou de uma estimação.

Estes valores numéricos são chamados dados estatísticos.

No sentido de disciplina, a Estatística ensina métodos racionais para a obtenção de informações a respeito de um fenômeno coletivo, além de obter conclusões válidas para o fenômeno e também permitir tomada de decisões, através de dados estatísticos observados.

Desta forma, a Estatística pode ser dividida em duas áreas:

a) Estatística Descritiva – Coleta, organiza e descreve os dados observados. Utiliza métodos numéricos e gráficos para mostrar os padrões de comportamento dos dados, para resumir a informação contida nesses dados e para apresentar a informação de forma conveniente.

b) Estatística Indutiva ou Inferencial – Obtém, interpreta e generaliza conclusões a partir de uma amostra, através do cálculo de probabilidade. Utiliza dados de amostras para obter estimativas sobre a população.

6. Dados Brutos

Quando fazemos **n** observações diretas em um fenômeno coletivo ou observamos as respostas a uma pergunta em uma coleção de **n** questionários, obtemos uma sequência[11] de **n** valores numéricos. Tal sequência é denominada **dados brutos.**

Dados brutos é uma sequência de valores numéricos, **não organizados,** obtidos diretamente da observação de um fenômeno coletivo.

7. Rol

Quando ordenamos na forma crescente ou decrescente, os dados brutos passam a se chamar **rol.**

Portanto, **rol é uma sequência ordenada dos dados brutos.**

Exemplo: No final do ano letivo, um aluno obteve as seguintes notas bimestrais em Matemática: 4; 8; 7,5; 6,5.

Neste exemplo, representamos por X a nota bimestral e pode ser apresentada na forma:

X: 4; 8; 7,5; 6,5. (Dados brutos)

ou

X: 4; 6,5; 7,5; 8. (Rol)

8. Amostragem proporcional estratificada

Muitas vezes a população se divide em subpopulações, denominadas **estratos**.

Como, provavelmente, a variável em estudo apresente, de estrato em estrato, um comportamento heterogêneo e, dentro de cada estrato, um comportamento homogêneo, convém que o sorteio dos elementos da amostra leve em consideração tais estratos.

É exatamente isso que fazemos quando empregamos a **amostragem proporcional estratificada**, que, além de considerar a existência dos estratos, obtém os elementos da amostra proporcional ao número de elementos dos mesmos.

Exemplo: Em uma escola estadual existem 250 alunos, distribuídos conforme quadro. Obtenha uma amostra proporcional estratificada de 40 alunos.

Séries	Número de alunos	Amostra
1ª	35	
2ª	32	
3ª	30	
4ª	28	
5ª	35	
6ª	32	
7ª	31	
8ª	27	
Total	250	40

[11] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, não se usa mais o trema, sinal colocado sobre a letra **u** para indicar que ela deve ser pronunciada nos grupos **gue**, **gui**, **que**, **qui**. **Atenção:** o trema permanece apenas nas palavras estrangeiras e em suas derivadas. Exemplos: Müller, mülleriano.

Exercícios

87) Uma cidade X apresenta o seguinte quadro relativo às suas escolas de Ensino Fundamental:

	Número de estudantes		AMOSTRA	
Escolas	**Masculino**	**Feminino**	**Masc.**	**Fem.**
A	80	95		
B	102	120		
C	110	92		
D	134	228		
E	150	130		
F	300	290		
Total	876	955		

Obtenha uma amostra proporcional estratificada de 120 estudantes masculinos e 120 femininos.

88) Uma população encontra-se em três estratos com tamanhos, respectivamente, $n_1 = 40$, $n_2 = 100$ e $n_3 = 60$. Sabendo que, ao ser realizada uma amostragem estratificada proporcional, nove elementos da amostra foram retirados do 3º estrato, determine o número total de elementos da amostra.

89) A tabela abaixo mostra a performance de 6 montadoras de automóveis em um determinado mês do ano de 2009. Sabendo-se que foram retiradas amostras estratificadas proporcionais, complete a tabela.

Montadora de automóveis	Quantidade de veículos produzidos	Amostra Estratificada Proporcional
A	7200	
B		238
C	5100	
D		
E	6900	483
F		182
TOTAL		2065

90) Construa o rol para a sequência de dados brutos:

a) **X:** 2, 4, 12, 7, 8, 15, 21, 20.
b) **Y:** 3, 5, 8, 5, 12, 14, 13, 12, 18.
c) **Z:** 12,2; 13,9; 14,7; 21,8; 12,2; 14,7.
d) **W:** 8, 7, 8, 7, 8, 7, 9.

CAPÍTULO III - ESTATÍSTICA DESCRITIVA

1. Distribuição de frequência

1.1. Tabela de distribuição de frequência

Considere a relação de números abaixo, referente às alturas (em centímetros) dos alunos de um colégio:

166	160	161	150	162	160	165	167	164	160
162	161	168	163	156	173	160	155	164	168
155	152	163	160	155	155	169	151	170	164
154	161	156	172	153	157	156	158	158	161

Para lidarmos com a lista toda, é interessante resumi-la, contando o número de pessoas com cada altura, fazendo uma tabela que denominamos distribuição de frequência.

Altura (cm)	Frequência
150 ⊢ 154	4
154 ⊢ 158	9
158 ⊢ 162	11
162 ⊢ 166	8
166 ⊢ 170	5
170 ⊢ 174	3
Total	40

1.2. Elementos de uma distribuição de frequência

Classe

Classes de frequência ou, simplesmente, classes são intervalos de variação da variável.

Limites de classe

Denominamos limites de classe os extremos de cada classe.

Ex.: limite inferior (l_i) limite superior (L_i)

Amplitude de um intervalo de classe (h)

Amplitude de um intervalo de classe é a medida do intervalo que define a classe.

$$h = L_i - l_i$$

Amplitude total da distribuição

Amplitude total da distribuição (AT) é a diferença entre o limite superior da última classe (limite superior máximo) e o limite inferior da primeira classe (limite inferior mínimo).

$$AT = L_{max} - l_{min}$$

Amplitude amostral da distribuição

Amplitude amostral da distribuição (AA) é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da distribuição.

$$AA = x_{max} - x_{min}$$

Ponto médio de uma classe

Ponto médio de uma classe ($\overline{x}_i$) é, como o próprio nome indica, o ponto que divide o intervalo de classe em duas partes iguais.

1.3. Tipos de frequência

Frequência absoluta (f_i)

Frequência absoluta ou, simplesmente, frequência de uma classe ou de um valor individual é o número de observações correspondentes a essa classe ou a esse valor.

Frequência relativa (fr_i)

Frequências relativas são os valores das razões entre as frequências absolutas e a frequência total.

$$fr_i = \frac{f_i}{\sum f_i}$$

Frequência relativa percentual ($fr_i\%$)

Frequências relativas são os valores das razões entre as frequências absolutas e a frequência total escritas na forma percentual.

$$fr_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \times 100$$

Frequência acumulada (F_{ac})

Frequência acumulada é o total das frequências de todos os valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma dada classe.

$$F_{ac} = f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_k \qquad \text{ou} \qquad F_{ac} = \sum f_i \quad (i = 1, 2, \ldots, k)$$

Frequência acumulada relativa (F_{ar})

Frequência acumulada relativa de uma classe é a frequência acumulada da classe, dividida pela frequência total da distribuição.

$$F_{ar} = \frac{F_{ac}}{\sum f_i}$$

1.4. Número de intervalos de classes

O número de classes a ser utilizado depende muito da experiência do pesquisador e das questões que ele pretende responder com a variável contínua.

Há dois métodos para a determinação do número de classes, que são:

a) Critério da raiz

Se a sequência estatística contém **n** elementos e se indicarmos por **i** o número de classes a ser utilizado, então pelo critério da raiz, que é, $i = \sqrt{n}$.

Como o número **i** de classes deve ser necessariamente um número inteiro e como dificilmente $\sqrt{n}$, é um número inteiro, deixaremos como opção para o valor de **i** o valor inteiro mais próximo de $\sqrt{n}$, uma unidade a menos ou a mais que este valor.

b) Fórmula de Sturges

Existem outros critérios para a determinação do número de classes como, por exemplo, a fórmula de Sturges. Segundo Sturges, o número **i** de classes é dado por $i \cong 1 + 3{,}3 \cdot \log n$.

Para valores de **n** muito grandes, esta fórmula apresenta mais vantagem que o critério da raiz, embora apresente o mesmo problema de aproximação do valor de **i.**

A amplitude do intervalo de classe que designamos por **h** é determinada por: $h = \dfrac{AA}{i}$.

Exemplo: Uma empresa automobilística selecionou ao acaso, uma amostra de 40 revendedores autorizados em todo o Brasil e anotou em determinado mês o número de unidades adquiridas por estes revendedores. Observe os seguintes dados. Construa uma tabela de frequências.

10	15	25	21	6	23	15	21	26	32
9	14	19	20	32	18	16	26	24	20
7	18	17	28	35	22	19	39	18	21
15	18	22	20	25	28	30	16	12	20

Exercícios

91) Conhecidas as notas de 50 alunos, obtenha uma distribuição de frequência com intervalos de classes iguais a 10.

84	68	33	52	47	73	68	61	73	77
74	71	81	91	65	55	57	35	85	88
59	80	41	50	53	65	76	85	73	60
67	41	78	56	94	35	45	55	64	74
65	94	66	48	39	69	89	98	42	54

Determine:

a) a frequência relativa

b) a frequência acumulada

c) a frequência acumulada relativa

d) o intervalo de maior frequência

e) o limite inferior da 5ª classe

f) a amplitude total da distribuição

92) Considerando os resultados de 100 lançamentos de um dado, forme uma distribuição de frequência com esses dados.

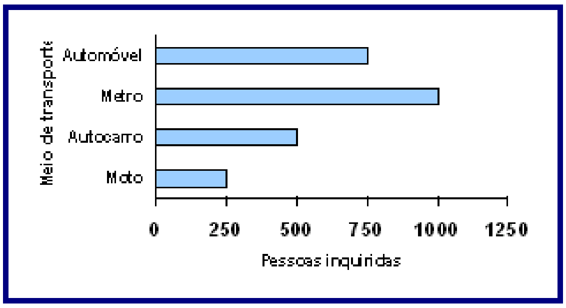
4	1	4	5	3	6	3	4	4	2	5	4	1	2	6
4	5	5	5	6	4	6	2	5	5	3	6	3	3	3
3	6	3	6	1	6	6	4	3	4	5	1	1	2	4
1	5	1	5	6	2	3	4	6	5	5	4	3	5	6
3	5	4	3	6	2	4	5	2	6	5	6	2	4	3
5	3	3	2	1	5	3	3	3	6	6	5	3	3	1
5	4	2	2	2	3	3	4	6	6					

93) Uma pesquisa sobre a idade, em anos, de uma classe de calouros de uma faculdade, revelou os seguintes valores. Determine as frequências absolutas relativas, frequências acumuladas e frequências acumuladas relativas.

18	17	18	20	21	19	20	18	17	19	20	18	19
18	19	21	18	19	18	18	19	19	21	20	17	19
19	18	18	19	18	21	18	19	19	20	19	18	
19	20	18	19	19	18	20	20	18	19	18	18	

94) Um novo medicamento para cicatrização está sendo testado e um experimento é feito para estudar o tempo (em dias) de completo fechamento em cortes provenientes de cirurgias. Uma amostra em trinta cobaias forneceu os valores: 13, 15, 14, 13, 15, 12, 15, 14, 14, 15, 13, 16, 12, 15, 13, 12, 13, 14, 15, 16, 16, 15, 13, 14, 12, 16, 16, 14, 13, 12. Construa uma tabela com a frequência relativa.

95) Numa cidade de 20000 habitantes fez-se um inquérito sobre os meios de transporte utilizado diariamente para se deslocarem para o emprego. Foram interrogadas 2500 pessoas e os resultados foram registrados no seguinte gráfico:



Construa uma tabela com a frequência relativa de cada um dos transportes.

96) Os salários mensais de 200 trabalhadores de uma indústria é dada pela tabela abaixo:

i	Salários (R$)	f_i	fr_i	F_{ac}	F_{ar}
1	400 ⊢ 500		0,25		
2	500 ⊢ 600			120	
3	600 ⊢ 700		0,20		
4	700 ⊢ 800				0,95
5	800 ⊢ 900		0,05	200	
		Σ = 200	Σ = 1	–	–

a) Qual a porcentagem de trabalhadores que ganham menos de R$ 700,00?
b) Quantos trabalhadores ganham mais de R$ 600,00?

2. Gráficos Estatísticos

O gráfico estatístico é uma forma de apresentação dos dados estatísticos, cujo objetivo é o de produzir, no investigador ou no público em geral, uma impressão mais rápida e viva do fenômeno em estudo, já que os gráficos falam mais rápido à compreensão que as séries.

Requisitos básicos de um gráfico estatístico

– Simplicidade: trazer apenas o essencial; evitar desenhos, etc., que desviem a atenção

– Clareza: possibilitar a leitura correta dos valores do fenômeno.

– Veracidade: expressar a verdade sobre o fenômeno representado.

Na hora da execução de um gráfico estatístico devemos seguir algumas regras:

– Colocar o título na parte superior, o subtítulo a seguir, de preferência na horizontal, da esquerda para a direita;

– Cuidado com a escala utilizada;

– Representação das unidades do fenômeno em estudo;

– Fontes dos dados;

– Legendas claras e nítidas;

– Cores utilizadas.

2.1. Gráfico em linhas

Este tipo de gráfico se utiliza da linha poligonal para representar a série estatística. O gráfico em linha constitui uma aplicação do processo de representação das funções num sistema de coordenadas cartesianas.

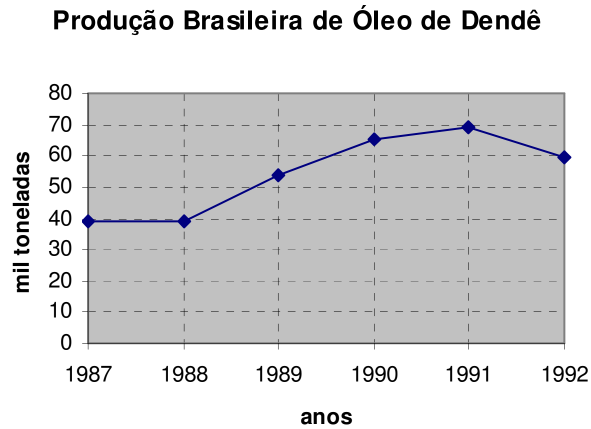


fig. 3.1.

2.2. Gráfico em colunas (vertical)

É a representação de uma série por meio de **retângulos**, dispostos **verticalmente** (em colunas). Os retângulos têm a mesma base e as alturas são proporcionais aos respectivos dados.

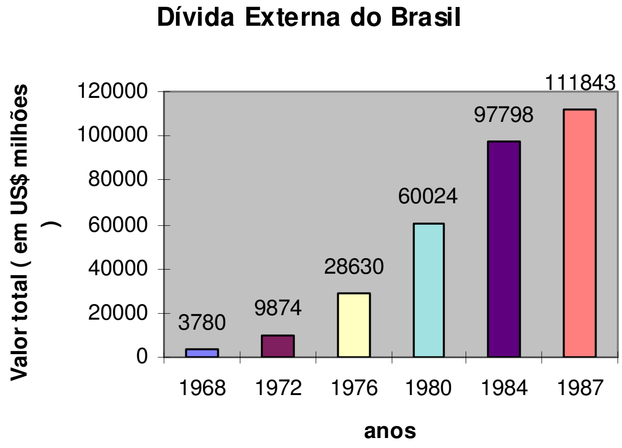


fig. 3.2.

2.3. Gráfico em barras (horizontal)

É a representação de uma série por meio de **retângulos**, dispostos **horizontalmente** (em barras). Os retângulos têm a mesma base e as alturas são proporcionais aos respectivos dados.

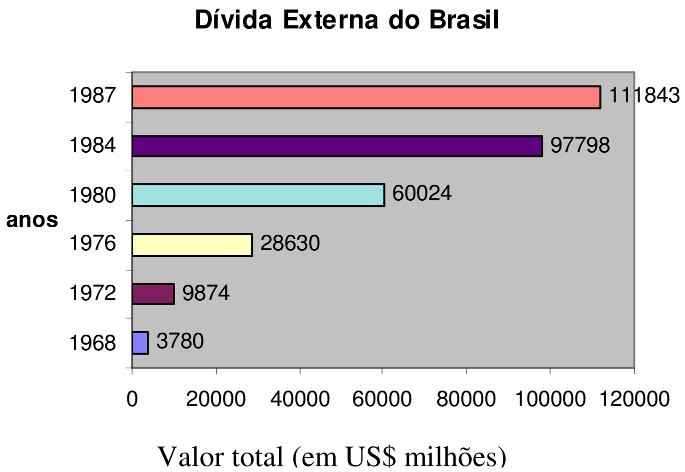


fig. 3.3.

2.4. Gráfico em setores (popular gráfico de pizza)

O gráfico de composição em setores destina-se a representar a composição, usualmente em porcentagem, de partes de um todo. Consiste num círculo de raio arbitrário, representando o todo, dividido em setores, que correspondem às partes de maneira proporcional.

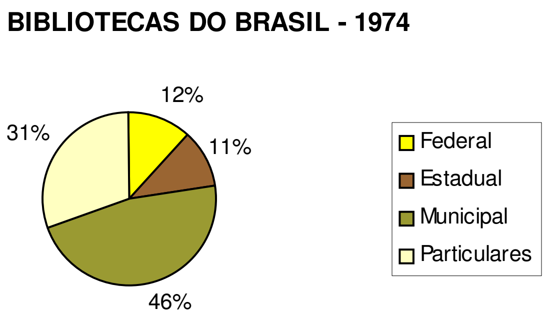


fig. 3.4.

2.5. Histograma

Quando se trata da representação gráfica de distribuição de frequências com dados agrupados utilizamos um gráfico denominado **histograma de frequências absolutas**.

Histograma é um gráfico de barras contíguas, isto é, formado por um conjunto de retângulos justapostos. No **eixo das abscissas** (eixo horizontal) marcamos as classes, cujas amplitudes correspondem às bases dos retângulos. No **eixo das ordenadas** (eixo vertical) marcamos as frequências absolutas, que correspondem às alturas dos retângulos. Os pontos médios das bases dos retângulos coincidem com os pontos médios dos intervalos das classes.

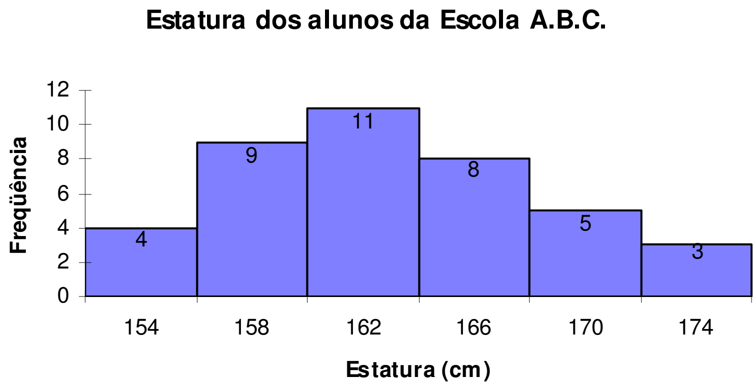


fig. 3.5.

2.6. Polígono de frequência

A partir de uma tabela de distribuição de frequências ou histograma é possível construir um polígono de frequências. O polígono de frequência é um gráfico em linha, sendo construído a partir dos pontos médios dos intervalos de classes (eixo das abscissas) e as frequências absolutas (eixo das ordenadas). Unindo os pontos obtidos por meio de segmentos de reta formamos o polígono.

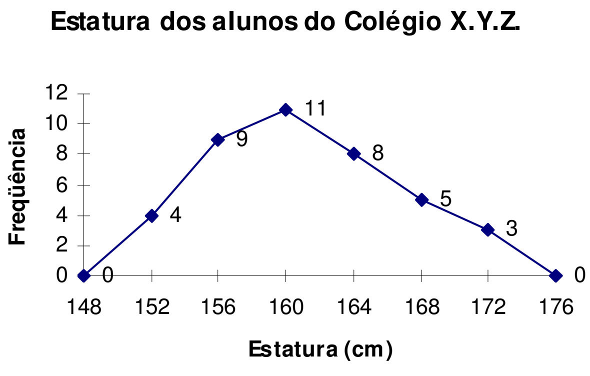


fig. 3.6.

2.7. Pictograma

O pictograma constitui um dos processos gráficos que melhor fala ao público, pela sua forma ao mesmo tempo atraente e sugestiva. A representação gráfica consta de **figuras.**

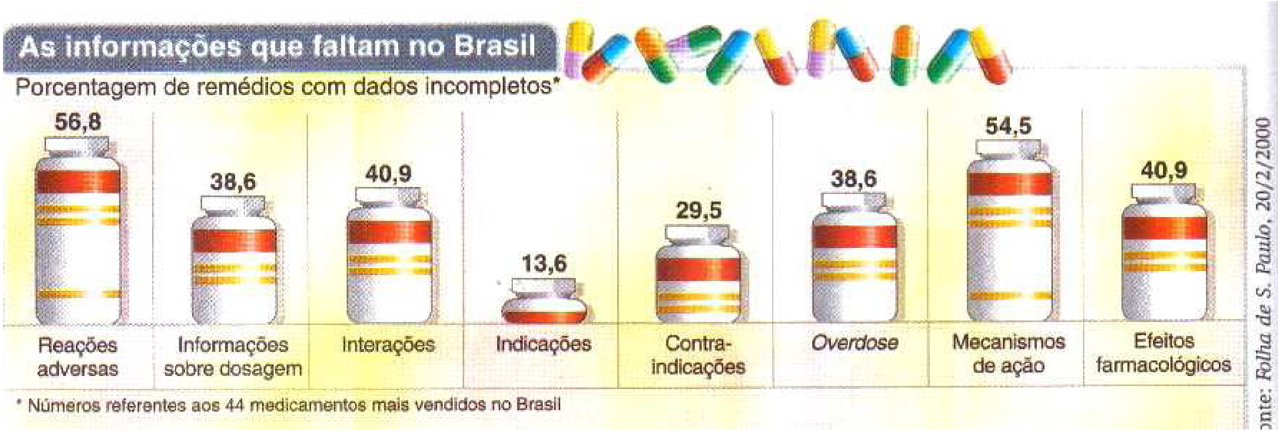


fig. 3.7.

2.8. Cartograma

É a representação gráfica sobre uma carta geográfica. Este gráfico é empregado quando o objetivo é o de figurar os dados estatísticos diretamente relacionados com áreas geográficas ou políticas.

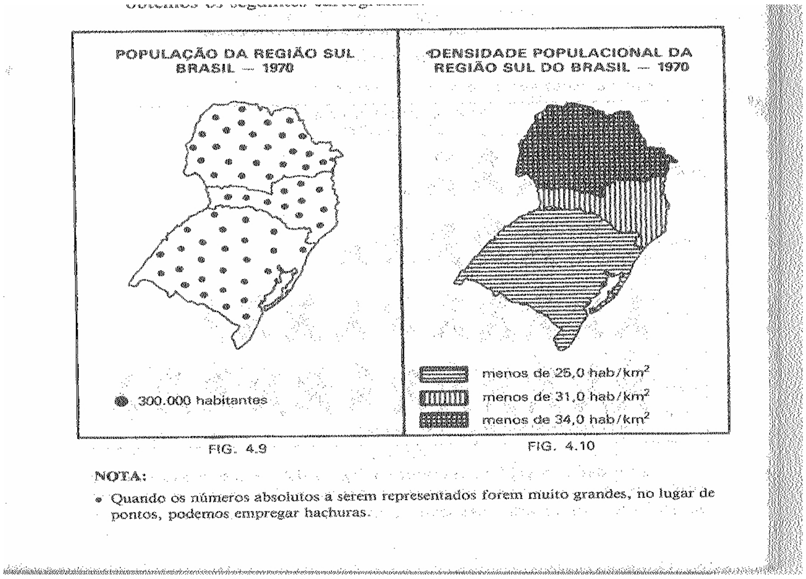


fig. 3.8.

Exercícios

97) Confeccione o histograma e o polígono de frequência da distribuição abaixo:

Pesos (kg)	f_i
40 ├── 44	2
44 ├── 48	5
48 ├── 52	9
52 ├── 56	6
56 ├── 60	4
Total	26

98) A tabela abaixo representa uma distribuição de frequência das áreas de 400 lotes:

Áreas (m^2)	300 ├— 400	400 ├— 500	500 ├— 600	600 ├— 700	700 ├— 800	800 ├— 900	900 ├— 1 000	1 000 ├— 1 100	1 100 ├— 1 200
Nº de lotes	14	46	58	76	68	62	48	22	6

Com referência a essa tabela, determine:

a) a amplitude total;

b) o limite superior da quinta classe;

c) o limite inferior da oitava classe;

d) o ponto médio da sétima classe;

e) a amplitude do intervalo da segunda classe;

f) a frequência da quarta classe;

g) a frequência relativa da sexta classe;

h) a frequência acumulada da quinta classe;

i) o número de lotes cuja área não atinge 700 m^2;

j) o número de lotes cuja área atinge e ultrapassa 800 m^2;

l) a porcentagem dos lotes cuja área não atinge 600 m^2;

m) a porcentagem dos lotes cuja área seja maior ou igual a 900 m^2;

n) a porcentagem dos lotes cuja área é de 500 m^2 , no mínimo, mas inferior a 1.000 m^2;

o) a classe do 72º lote;

p) até que classe estão incluídos 60% dos lotes.

99) A distribuição abaixo indica o número de acidentes ocorridos com 70 motoristas de uma empresa de ônibus:

Nº de acidentes	0	1	2	3	4	5	6	7
Nº de motoristas	20	10	16	9	6	5	3	1

Determine:

a) O número de motoristas que não sofreram nenhum acidente;

b) O número de motoristas que sofreram pelo menos 4 acidentes;

c) O número de motoristas que sofreram menos de 3 acidentes;

d) A percentagem de motoristas que sofreram no mínimo 3 e no máximo 5 acidentes;

e) A percentagem de motoristas que sofreram no máximo 2 acidentes.

100) Complete o quadro de distribuição de frequências.

Classe	**Int. classe**	**f_i**	**fr_i**	**F_{ac}**	**F_{ar}**
1	6 ├— 10	1		_____	_____
2	10 ├— 14	_____	0,25	_____	_____
3	14 ├— 18	_____	_____	14	_____
4	18 ├— 22	_____	_____	_____	0,90
5	22 ├— 26	2	_____	_____	_____
–	Σ	20	_____	–	–

101) Complete os dados que estão faltando na distribuição de frequência:

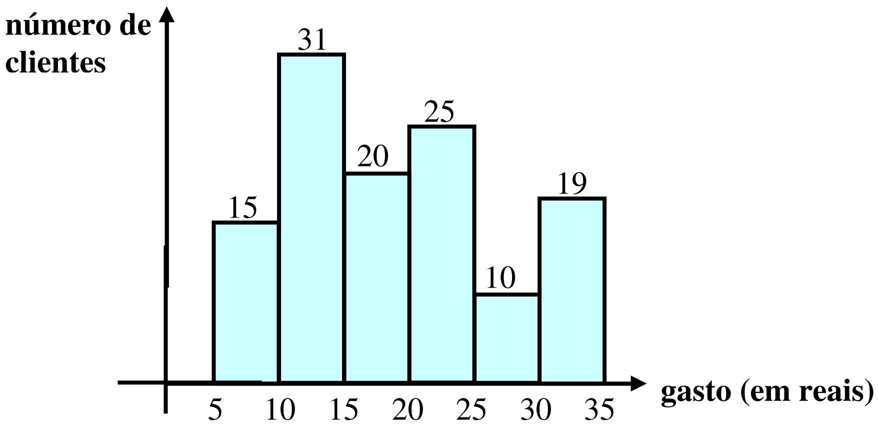
i	x_i	f_i	fr_i	F_{ac}
1	0	1	0,05	_____
2	1	_____	0,15	4
3	2	4	_____	_____
4	3	_____	0,25	13
5	4	3	0,15	_____
6	5	2	_____	18
7	6	_____	_____	19
8	7	_____	_____	_____
–	–	Σ = 20	Σ = 1,00	–

102) O Departamento Pessoal de certa firma fez um levantamento dos salários dos 150 funcionários do setor administrativo, obtendo os seguintes resultados:

Classe	Faixa salarial (SM)	Nº de funcionários
1	0 ├— 2	30
2	2 ├— 4	36
3	4 ├— 6	21
4	6 ├— 8	18
5	8 ├— 10	15
6	10 ├— 12	12
7	12 ├— 14	9
8	14 ├— 16	6
9	16 ├— 18	3
	Σ	

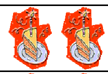
Com referência a essa tabela, determine:
a) determine as frequências simples relativas, frequências absolutas acumuladas e frequências relativas acumuladas.
b) a frequência da quinta classe.
c) a frequência relativa da oitava classe.
d) a frequência acumulada da sexta classe.
e) o número de funcionários que ganham até 10 salários (exclusive).
f) o número de funcionários que ganham acima de 12 salários.
g) a porcentagem dos funcionários que ganham menos de 8 salários.
h) a porcentagem dos funcionários que ganham no mínimo, 4 salários e no máximo, 16 salários (exclusive).
i) o intervalo de maior frequência.
j) até que classe estão incluídos 60% dos salários.

103) O histograma seguinte mostra os gastos dos **n** clientes de um supermercado registrados em um caixa expresso durante uma manhã.



a) Determine o valor de n.
b) Que porcentagem do total de clientes gastou pelo menos 20 reais?
c) Que porcentagem do total de clientes gastou menos de 15 reais?

104) O gráfico indica a quantidade de bolos vendidos por um supermercado numa certa semana.

Segunda-feira	
Terça-feira	
Quarta-feira	
Quinta-feira	
Sexta-feira	
Sábado	
domingo	

Cada  representa 25 bolos.

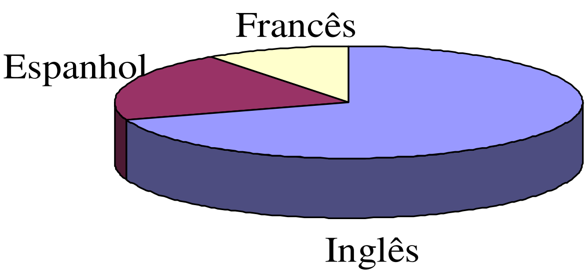
a) Em que dia da semana a venda foi maior? Em que dia foi menor?
b) Quantos bolos foram vendidos na quinta-feira?
c) Em quais dias da semana foram vendidas as mesmas quantidades? Quantas?
d) Quantos bolos foram vendidos nessa semana?
e) Que porcentagem do total da semana representaram as vendas do domingo?

105) Em certa eleição municipal foram obtidos os seguintes resultados:

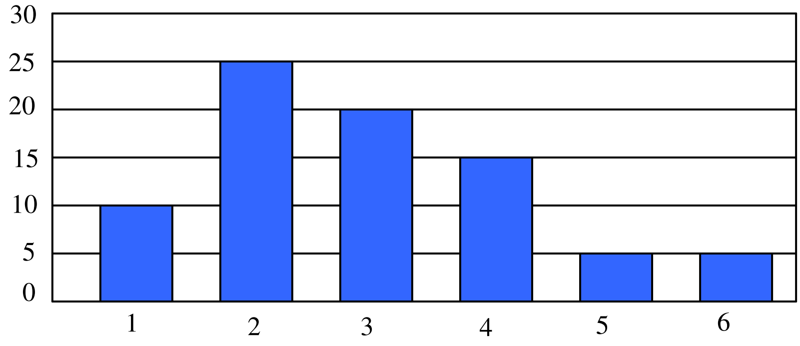
Candidato	**Porcentagem do total de votos**	**Números de votos**
A	26%	
B	24%	
C	22%	
nulos ou em branco		196

Determine o número de votos obtidos pelo candidato vencedor.

106) Numa escola, os alunos devem optar por um, e somente um, dos três idiomas: inglês, espanhol ou francês. A distribuição da escolha de 180 alunos está indicada pelo gráfico ao lado. Sabendo que o ângulo do setor representado pelos alunos que escolheram inglês é 252º e que apenas 18 alunos optaram por estudar francês, determine:
a) o ângulo do setor correspondente a francês;
b) o número de alunos que optaram por espanhol e o ângulo correspondente.

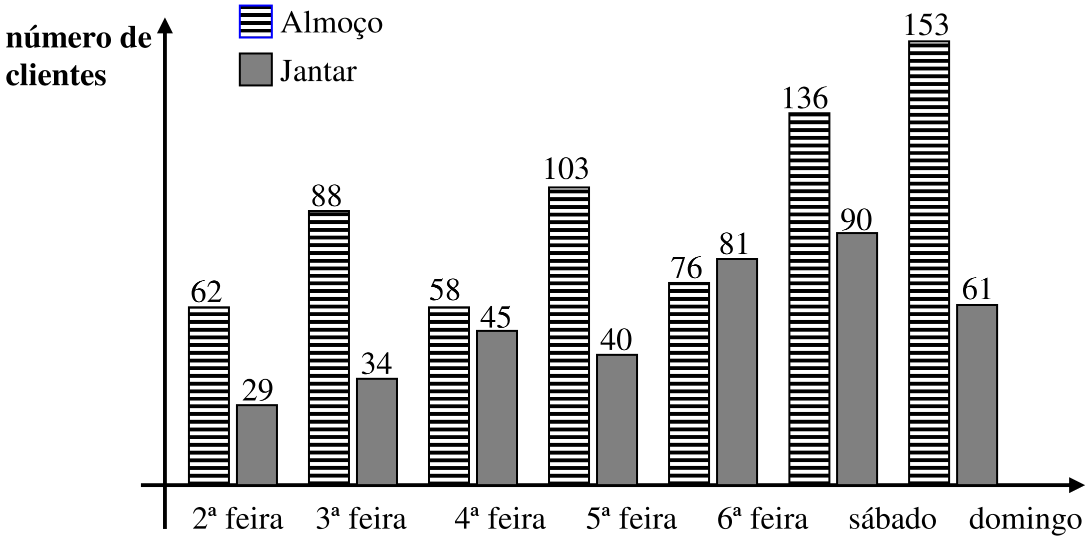


107) (FGV-SP) No gráfico abaixo está representado, no eixo das abscissas **(eixo horizontal),** o número de DVDs alugados por semana numa vídeo locadora, e no eixo das ordenadas **(eixo vertical)** a correspondente frequência (isto é, a quantidade de pessoas que alugaram os correspondentes números de DVDs):



a) Qual a porcentagem de pessoas que alugaram 4 ou mais DVDs?
b) Se cada DVD foi alugado por R$ 4,00, qual a receita semana da vídeo locadora?

108) O gráfico seguinte mostra o número de clientes que uma churrascaria atendeu durante certa semana.



Os preços praticados por esse estabelecimento são:

almoço: de 2ª a 6ª feira → R$ 13,00
sábado e domingo → R$ 18,00
jantar: todos os dias → R$ 12,00

Qual foi o faturamento da churrascaria nessa semana?

3. Índices, Coeficientes e Taxas

Quando quisermos fazer comparações entre duas grandezas, poderemos ter tanto um índice quanto um coeficiente, ou mesmo uma taxa. Embora na prática seja muito comum a utilização de tais termos como sinônimos, eles apresentam algumas diferenças.

3.1. Índice

É a comparação entre duas grandes independentes.

$$\text{Índice cefálico} = \frac{\text{diâmetro transverso do crânio}}{\text{diâmetro longitudinal do crânio}} \times 100$$

$$\text{Quociente intelectual} = \frac{\text{idade mental}}{\text{idade cronológica}} \times 100$$

$$\text{Densidade demográfica} = \frac{\text{população}}{\text{superfície}}$$

3.2. Coeficiente

É a comparação entre duas grandezas em que uma está contida na outra.

$$\text{Coeficiente de natalidade} = \frac{\text{número de nascimentos}}{\text{população total}}$$

$$\text{Coeficiente de mortalidade} = \frac{\text{número de óbitos}}{\text{população total}}$$

$$\text{Coeficiente de aproveitamento escolar} = \frac{\text{número de aprovados}}{\text{total de alunos}}$$

3.3. Taxa

É a mesma coisa que o coeficiente, apenas apresentando-se multiplicada por 10^n (10, 100, 1 000 etc.) para tornar mais inteligível o fator.

Taxa = coeficiente x 10^n

Exemplo: número de óbitos: 80 080
população total: 520 000

$$\text{coeficiente de mortalidade} = \frac{80\,080}{520\,000} = 0{,}154$$

Então o coeficiente de mortalidade é de 0,154, o que significa 0,154 óbito por habitante. Porém, se multiplicarmos por 1 000, teremos a taxa de mortalidade, de interpretação muito mais clara.

Taxa de mortalidade = 0,154 x 1 000 = 154‰

Taxas de acidentes de trabalho

$$\text{Taxa de frequência} = \frac{\text{número de acidentes}}{\text{n}^{\circ}\ \text{total de operários-hora}} \times 1.000.000$$

$$\text{Taxa de gravidade} = \frac{\text{número de horas perdidas pelos acidentes}}{\text{n}^{\circ}\ \text{total de operários-hora}} \times 1.000.000$$

4. Razões específicas de grande aceitação

Existem algumas razões que, pela sua aceitação, aparecem constantemente em jornais, revistas e livros dentro de assuntos relativos a aspectos econômicos e administrativos. As mais utilizadas são:

4.1. Conceitos “per capita”

a) Produção “per capita”

Utilizada para medir a produtividade. A produção *per capita* de um país, estado, município ou empresa obtém-se dividindo: $\frac{\text{valor total da produção da região (empresa) no período}}{\text{população total da região (empresa) no período}}$.

b) Consumo “per capita”

De maneira geral, serve para medir o padrão de vida, embora muitas vezes seja calculado especificamente para determinados produtos tais como, leite, café, carne etc. É calculado da seguinte forma: $\frac{\text{consumo nacional do bem no período}}{\text{população nacional no período}}$.

c) Renda “per capita”

É a mais conhecida e utilizada, sendo publicada pelo governo e expressa em dólares. É calculada pela divisão: $\frac{\text{renda nacional em (ano)}}{\text{população nacional em (ano)}}$

d) Receita “per capita”

Utilizada pelas entidades públicas e privadas que trabalham com orçamentos. É obtida da seguinte forma: $\frac{\text{receita da prefeitura "A" no período}}{\text{população da região "A" no período}}$

4.2. Taxas biométricas

São úteis à Economia pela estreita interdependência[12] entre os fenômenos econômicos e os fenômenos da população. Geralmente se apresentam multiplicados por 1 000 e as mais usadas são:

a) Taxa de natalidade: $\frac{\text{número de nascimentos}}{\text{população total}} \times 1\,000$

b) Taxa de mortalidade: $\frac{\text{número de óbitos}}{\text{população total}} \times 1\,000$

c) Taxa de nupcialidade: $\frac{\text{número de casamentos}}{\text{população da região}} \times 1\,000$

d) Taxa de morbidade: calculada para cada doença particular.

$$\frac{\text{número de acometidos por (doença) no município X}}{\text{população do município X}} \times 1\,000$$

e) Taxa de acidentes de trabalho: divide-se em 2 tipos: **taxa de frequência** e **taxa de gravidade**, sendo apresentadas multiplicadas por 1 000 000.

$$\text{taxa de frequência} = \frac{\text{número de acidentes}}{\text{número total de operários-hora}} \times 1\,000\,000$$

$$\text{taxa de gravidade} = \frac{\text{número de horas perdidas em razão de acidente}}{\text{número total de operários-hora}} \times 1\,000\,000$$

---

[12] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, quando o prefixo termina por consoante, usa-se o hífen se o segundo elemento começar pela mesma consoante. Exemplo: inter-regional. Nos demais casos não se usa o hífen.

CAPÍTULO IV - Medidas de Tendência Central

Até agora, estudamos de um modo geral, os grupos de valores que uma variável pode assumir. Assim é que podemos localizar a **maior concentração** de valores de uma dada distribuição, isto é, se ela se localiza no início, no meio ou no final, ou ainda, se há uma distribuição por igual.

Porém, para ressaltar as **tendências características** de cada distribuição, isoladamente, ou em confronto com outras, necessitamos introduzir conceitos que se expressem através de números, que nos permitam traduzir essas tendências. Esses conceitos são denominados **elementos típicos da distribuição** e são as:

- medidas de posição
- medidas de variabilidade ou dispersão
- medidas de assimetria

As mais importantes das medidas de posição são as **medidas de tendência central,** as quais recebem tal denominação pelos dados observados tenderem, em geral, a se agrupar em torno dos valores centrais. Dentre as medidas de tendência central destacamos:

- a média aritmética simples
- a média aritmética ponderada
- a mediana
- a moda

1. Média Aritmética simples ($\bar{x}$)

A média aritmética simples de um conjunto de números é igual ao quociente entre a soma dos valores do conjunto e o número total de valores. É o ponto de equilíbrio entre os dados.

Exemplo: Suponha que um escritório de consultoria há cinco funcionários que recebem os seguintes salários mensais: R$ 1 800,00, R$ 1 780,00, R$ 1 820,00, R$ 1 810,00 e R$ 1 790,00. A média aritmética dos salários ou o salário mensal dos contínuos desse escritório será de R$ 1 800,00, de acordo com a definição.

$$\bar{x} = \frac{1\,800 + 1\,780 + 1\,820 + 1\,810 + 1\,790}{5} = 1\,800$$

Podemos estabelecer uma fórmula geral para a média. Sejam *n* números x_1, x_2, x_3, ..., x_n. Os números logo abaixo dos diversos x são chamados **índices**. Utilizaremos o símbolo $\bar{x}$ (x barra) para indicar a média. Podemos, então, escrever: $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$

A média é um exemplo de medida estatística. Uma medida estatística é um número utilizado para resumir as propriedades de um conjunto de números.

Podemos economizar a escrita utilizando a **notação de somatório.** Nessa notação, empregamos a letra grega sigma maiúsculo: $\sum$. A expressão $\sum x$ significa "somar todos os valores de x". Podemos escrever a média como $\bar{x} = \dfrac{\sum(x)}{n}$, como $\sum_{i=1}^{n} x_i$ que indica que partimos de i = 1 e prosseguimos até i = n.

2. Média Aritmética ponderada

A média aritmética é considerada ponderada quando os valores do conjunto tiverem pesos diferentes. Tratando-se de média simples, todos os valores apresentam igual peso. Obtém-se uma média aritmética ponderada através do quociente entre o produto dos valores da variável pelos respectivos pesos e soma dos pesos.

Assim, por exemplo, um professor pode realizar quatro provas por ano em sua disciplina, atribuindo a cada uma delas os seguintes pesos: 1, 2, 3, 4. Se um aluno tiver recebido as notas 8, 7, 9 e 9, nessa ordem, sua nota final será a média aritmética ponderada 8,5, obtida da seguinte maneira:

$$\text{Média final} = \frac{(8 \bullet 1) + (7 \bullet 2) + (9 \bullet 3) + (9 \bullet 4)}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{8 + 14 + 27 + 36}{10} = \frac{85}{10} = 8{,}5$$

3. Mediana e Moda para dados não agrupados (Dados brutos)

3.1. Mediana (Md)

Outra medida estatística útil é a mediana. A mediana de um conjunto de valores, **colocados em rol**, é o valor situado de tal forma no conjunto que o separa em dois subconjuntos de mesmo número de elementos (elemento que ocupa a posição central). Em outras palavras, tendo-se um conjunto de dados ordenados de maneira crescente (ROL), a mediana é o valor que separa os 50% dos menores dados dos 50% maiores.

Caso I: Quantidade de elementos ímpar

Exemplo 1: Sejam os resultados de 5 lançamentos de um dado: 2, 4, 4, 5, 6. A mediana corresponde ao valor 4, visto que ele é o valor central, deixando 2 dados à sua esquerda e 2 à sua direita. Assim, Md = 4.

Exemplo 2: Sejam as idades de 9 pessoas: 37, 28, 40, 41, 45, 37, 37, 41, 44. Colocando os dados em rol temos: 28, 37, 37, 37, 40, 41, 41, 44, 45. A mediana corresponde ao valor 40 (ou seja, idade), pois há quatro valores à esquerda de 40 e quatro valores à direita de 40. Assim, Md = 40.

Caso II: Quantidade de elementos par

Exemplo 3: Considere o número de filhos de 6 famílias: 0, 0, 1, 2, 3, 3. Perceba que a mediana não poderia ser 1, pois deixaria dois valores à esquerda e três à direita. Da mesma forma, a mediana não poderia ser 2, pois deixaria três valores à esquerda e dois valores à direita. Dessa forma, a mediana será a média aritmética dos dois valores centrais:

$$Md = \frac{1 + 2}{2} = 1{,}5$$ **(nunca arredondar!)**

A mediana corresponde à média dos valores que ocupam a 3ª e 4ª posições.

Exemplo 4: Sejam as idades de 8 pessoas: 21, 24, 28, 31, 34, 35, 38, 38. A mediana corresponde a média aritmética dos dois valores centrais, que são 31 e 34. Assim:

$$Md = \frac{31 + 34}{2} = 32{,}5 \text{ anos}$$

OBSERVAÇÃO:

A mediana não precisa ser um dos valores da distribuição e nem deve ser arredondada!

NOTAS:

- O valor da mediana pode ou não coincidir com um elemento da série, como vimos. Quando o número de elementos da série é ímpar, há a coincidência. O mesmo não acontece, porém quando esse número é par.
- A mediana e a média aritmética não têm, necessariamente, o mesmo valor.
- A mediana, como vimos, depende da posição e não dos valores dos elementos da série ordenada. Essa é uma das diferenças marcantes entre a mediana e a média (que se deixa influenciar, e muito, pelos valores extremos). Esta propriedade da mediana pode ser constatada através dos exemplos a seguir:

$$5, 7, 10, 13, 15 \rightarrow \overline{x} = 10 \text{ e } Md = 10$$
$$5, 7, 10, 13, 65 \rightarrow \overline{x} = 20 \text{ e } Md = 10$$

Isto é, a média do segundo conjunto de valores é a maior do que a do primeiro, por influência dos valores extremos, ao passo que a mediana permanece a mesma.

3.2. Determinação da posição da mediana

a) O número de valores observados é ímpar:

$$P = \left(\frac{n+1}{2}\right)^0 \text{ (onde n é o número de elementos da amostra)}$$

b) O número de valores observados é par

$$P = \left(\frac{n}{2}\right)^0 \text{ e } P = \left(\frac{n}{2} + 1\right)^0$$

3.3. Emprego da Mediana

Empregamos a mediana:

- Quando desejamos obter o ponto que divide a distribuição em partes iguais;
- Quando há valores extremos que afetam de uma maneira acentuada a média.

3.4. Moda (Mo):

Outra medida estatística interessante é a **moda.** A moda de uma série de valores é o valor de maior frequência absoluta, ou seja, o valor que aparece o maior número de vezes na distribuição.

MAS FIQUE ATENTO: Moda é um valor, ou seja, x_i. Moda NÃO é a frequência (f_i)!

Quanto à sua classificação podemos dizer que uma distribuição é: **unimodal** (possui 1 moda), **bimodal** (possui 2 modas), **trimodal** (possui 3 modas), **polimodal** (possui mais de 3 modas) e **amodal** (não possui moda).

3.5. Emprego da Moda

A moda é utilizada:

- Quando desejamos obter uma medida rápida e aproximada de posição;
- Quando a medida de posição deve ser o valor mais típico da distribuição.

4. Média, Mediana e Moda para dados agrupados sem intervalos de classe

4.1. Média

Exemplo 1: Considere os salários de 31 funcionários da empresa Jpeg, distribuídos na tabela abaixo. Determine a média, a mediana e a moda.

Salários (R$) ($x_i$)	Número de funcionários (f_i)	$x_i \cdot f_i$	F_{ac}
500,00	10	**5 000**	**10**
1 000,00	5	**5 000**	**15**
1 500,00	1	**1 500**	**16**
2 000,00	10	**20 000**	**26**
5 000,00	4	**20 000**	**30**
10 500,00	1	**10 500**	**31**
Σ	31	**62 000**	**–**

Procedimentos:

1º) Obter $x_i.f_i$ de cada classe 2º) Obter $\sum x_i.f_i$ 3º) Obter $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i f_i}{n} = \dfrac{62\ 000}{31} = 2000$

4.2. Mediana

Para o cálculo da mediana, devemos obter a frequência acumulada. Calculamos o elemento central $\dfrac{\sum f_i}{2} = \dfrac{32}{2} = 16$, $\left(\text{ou } \dfrac{n}{2} = \dfrac{32}{2} = 16 \right)$. Depois, observamos na coluna da frequência acumulada onde se encontra o valor 16. O décimo sexto funcionário encontra-se na 3ª classe. Portanto, o valor da mediana é 1 500 reais. (Md = 1 500).

4.3. Moda

Para o cálculo da moda, devemos observar a classe de maior frequência absoluta simples. Neste caso, as modas são 500 e 2 000, pois há 10 pessoas com esse salário, respectivamente. (Mo = 500 e Mo = 2 000).

Exemplo 2: A tabela abaixo mostra a quantidade de clientes pessoas jurídicas de uma agência bancária e o número de produtos que esses clientes utilizam. Com base nesses dados, calcule a média, a mediana e a moda dos números de produtos utilizados.

Número de produtos (x_i)	**Número de clientes (f_i)**	**$x_i \cdot f_i$**	**F_{ac}**
4	400	**1 600**	**400**
5	600	**3 000**	**1000**
6	700	**4 200**	**1700**
7	300	**2 100**	**2000**
Total	2 000	**10 900**	**–**

a) Média

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{10\,900}{2\,000} = 5{,}45$$

b) Mediana

Cálculo da posição: $\frac{n}{2} = \frac{2\,000}{2} = 1\,000$ (1000º e 1001º). Observando na coluna da frequência acumulada, observamos que o milésimo funcionário encontra-se na 5ª e o milésimo primeiro funcionário encontra-se na sexta classe. Portanto, o valor da mediana é a média aritmética dos valores 5 e 6. Logo, $Md = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} = 5{,}5$.

c) Moda

A moda é 6, pois há 700 clientes que compraram 6 produtos. (Mo = 6).

5. Média, Mediana e Moda para dados agrupados com intervalos de classe

5.1. Média

Foram medidas as alturas dos funcionários da empresa Microhouse. Os dados estão tabelados na tabela abaixo:

i	**Estaturas (cm)**	**f_i**	**$\bar{x}_i$**	**$x_i \cdot f_i$**
1	150 ⊢— 154	4	152	608
2	154 ⊢— 158	9	156	1 404
3	158 ⊢— 162	11	160	1 760
4	162 ⊢— 166	8	164	1 312
5	166 ⊢— 170	5	168	840
6	170 ⊢— 174	3	172	516
–	$\sum$	40	–	6 440

Neste caso temos: $\sum \bar{x}_i f_i = 6\,440$, $\sum f_i = 40$, $\bar{x} = \frac{\sum \left(\bar{x}_i f_i\right)}{n} = \frac{6440}{40} = 161$ cm

5.2. Mediana

Quando estamos trabalhando com variáveis contínuas, ou seja, quando os dados estão agrupados em classes, determinamos a classe na qual se encontra a mediana, que chamaremos de classe mediana. Neste caso, não nos preocuparemos se estamos trabalhando com uma quantidade de dados par ou ímpar, visto que apenas precisamos determinar a classe que contém a mediana. Em seguida, calculamos o valor da mediana através da fórmula:

$$Md = l_{md} + \frac{\left(\frac{n}{2} - F_{ant}\right)}{f_{md}} \bullet h$$

em que:
l_{md} é o limite inferior da classe mediana;
F_{ant} é a frequência acumulada da classe anterior à classe mediana;
h é a amplitude do intervalo da classe mediana;
f_{md} é a frequência simples (ou absoluta) da classe mediana.

Seja a distribuição acima mencionada. Vamos calcular a mediana:

i	Estaturas (cm)	f_i	F_{ac}
1	150 ⊢ 154	4	4
2	154 ⊢ 158	9	13
3	158 ⊢ 162	11	24
4	162 ⊢ 166	8	32
5	166 ⊢ 170	5	37
6	170 ⊢ 174	3	40
–	$\sum$	40	–

Posição do valor da mediana

Temos: $\frac{\sum fi}{2} = \frac{40}{2} = 20$ (vigésimo elemento)

$$Md = 158 + \frac{\left(\frac{40}{2} - 13\right)}{11} \bullet 4 = 158 + \frac{20 - 13}{11} \bullet 4$$

$$Md = 158 + \frac{7}{11} \bullet 4 = 158 + \frac{28}{11}$$

$$Md = 160{,}55 \text{ cm}$$

5.3. Moda

A moda de uma distribuição de frequências com variáveis contínuas, a moda corresponde a um ponto pertencente à classe modal dado pela fórmula de Czuber, que é:

$$Mo = l_{mo} + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \bullet h_{mo} \text{, com } D_1 = f_{mo} - f_{ant} \text{ e } D_2 = f_{mo} - f_{post}$$

onde:
l_{mo} = limite inferior da classe modal
f_{mo} = frequência absoluta da classe modal
f_{ant} = frequência absoluta da classe imediatamente anterior à classe modal
f_{post} = frequência absoluta da classe imediatamente posterior à classe modal
h = amplitude da classe modal

A moda da distribuição das alturas dos funcionários é:

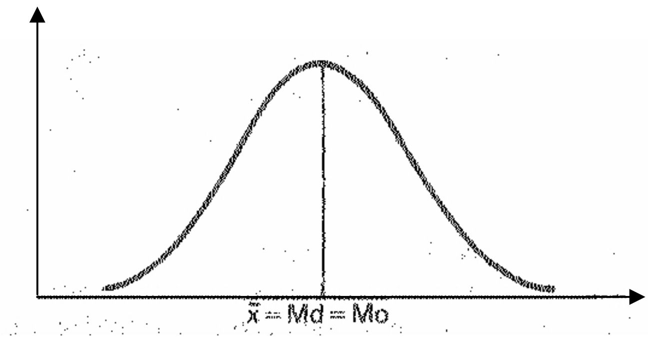
$$Mo = 158 + \frac{(11-9)}{(11-9)+(11-8)} \bullet 4 = 158 + \frac{2}{2+3} \bullet 4$$

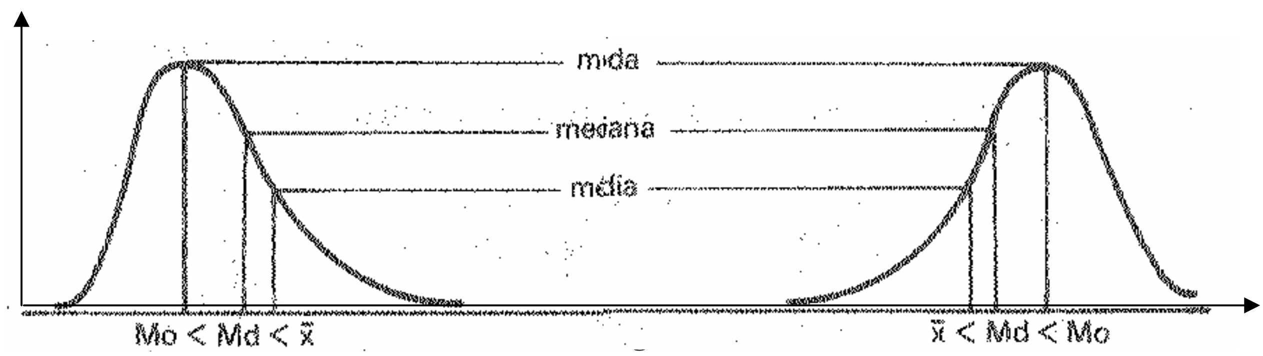
$$Mo = 158 + \frac{8}{5} = 159{,}6 \text{ cm}$$

6. Posição relativa da Média, Mediana e Moda

Quando uma distribuição é simétrica as três medidas coincidem, porém, a assimetria torna-as diferentes e essa diferença é tanto maior quanto maior for a assimetria. Assim, em uma distribuição em forma de sino, temos:

$\bar{x}$ = Md = Mo, no caso da **curva simétrica;**
Mo < Md < $\bar{x}$, no caso da **curva assimétrica positiva;**
$\bar{x}$ < Md < Mo, no caso da **curva assimétrica negativa.**





7. A média é representativa?

A média é uma medida que representa bem o conjunto de dados?

Consideremos os conjuntos de valores, por exemplo, de 5 provas feitas por um aluno A e um outro B:

A: 5, 5, 5, 5, 5 B: 0, 0, 5, 10, 10

Note que a média das provas de ambos os alunos é a mesma, ou seja, $\bar{x}_A = \bar{x}_B = 5$. Porém, é nítido que os alunos não tiveram o mesmo desempenho ao longo das provas. Enquanto A se manteve constante, B foi muito mal no começo, mas muito bem no final. Assim, só a média não é capaz de traduzir o conjunto de dados.

Dessa forma, com a utilização da moda e da mediana, passamos a ter uma visão melhor de como se comportam os dados em nosso conjunto (no caso que não temos acesso ao conjunto de dados brutos). Assim, vejamos uma tabela comparativa:

Grupo	**A**	**B**
Média	5	5
Mediana	5	5
Moda	5	0 e 10

Observando esses resultados, percebemos que o conjunto A possui uma variabilidade de notas maior que o do conjunto B, dando indícios que as notas em A foram mais homogêneas que as notas em B. Mesmo assim, para termos certeza disso, devemos calcular outras medidas estatísticas, chamadas de medidas de dispersão.

Exercícios

109) Os tempos de reação de um indivíduo a certos estímulos foram medidos por um psicologista como sendo 0,53; 0,46; 0,50; 0,49; 0,52; 0,53; 0,44 e 0,55 segundos, respectivamente. Determine o tempo médio de reação do indivíduo a esses estímulos.

110) Um feirante possuía 50 kg de maçã para vender em uma manhã. Começou a vender as frutas por R$ 2,50 o quilo e, com o passar das horas, reduziu o preço em duas ocasiões para não haver sobras. A tabela seguinte informa a quantidade de maças vendidas em cada período, bem como os diferentes preços cobrados pelo feirante. Determine o preço médio da maçã.

Período	**Preço por quilo (R$)**	**Nº de quilos de maças vendidas**
Até as 10 h	2,50	32
Das 10 h às 11 h	2,00	13
Das 11 h às 12 h	1,40	5

111) Um ônibus de excursão partiu com 40 turistas a bordo, dos quais 8 reservaram a viagem com antecedência e pagaram, cada um, R$ 300,00. Os demais pagaram, cada um, R$ 340,00 pela viagem. Qual foi o preço médio que cada turista pagou nessa excursão?

112) Um programa beneficente veiculado em um canal de TV tinha como objetivo arrecadar fundos para crianças carentes. O telespectador poderia escolher entre 10, 20 ou 50 reais e ligar para o número correspondente ao valor escolhido a fim de fazer a doação. Na primeira hora, 50 000 pessoas fizeram doações, das quais 48% contribuíram com o valor mínimo, 37% com o valor intermediário e cada uma das demais com o valor maior. Qual foi a média de doações da primeira hora?

113) Os números seguintes representam, em anos, a duração do pontificado de cada um dos Papas, desde Clemente XI, cujo período iniciou-se em 1700, até João Paulo I, falecido em 1978:

21	3	6	10	18	11	5	24	23	6	
1	15	32	24	11	8	17	19	5	15	0

(O último número é zero, porque João Paulo I faleceu 33 dias após ter sido eleito.)

a) Determine a duração média dos pontificados.
b) Determine a duração mediana.

114) Os salários-hora de cinco funcionários de uma companhia são: R$ 25, R$ 40, R$ 33, R$ 92 e R$ 38. Determine:

a) a média dos salários-hora. b) o salário-hora mediano

115) As notas de um candidato, em seis provas de um concurso, foram: 8,4 – 9,1 – 7,2 – 6,8 – 8,7 – 7,2. Determine:

a) a nota média. b) a nota mediana. c) a nota modal

116) Os dados 46 – 44 – 49 – 45 – 44 – 48 – 50 – 42 representam as massas, em quilogramas, dos atletas de uma equipe juvenil de natação. Determine a mediana e a moda dessa distribuição.

117) Quando a medida de posição deve ser o valor mais típico da distribuição utilizamos:

a) a média b) a mediana c) a moda d) a moda ou a média

118) A média dos salários dos funcionários de uma determinada empresa é 5 salários mínimos (5 SM), enquanto que a mediana é 4 SM. Sorteando-se ao acaso um dos funcionários, o que é mais provável: que ele ganhe mais ou que ele ganhe menos do que a média dos salários?

119) Numa pesquisa entre 250 famílias de certa cidade constataram-se os seguintes dados:

nº de filhos	0	1	2	3	4	5	6	7
nº de famílias	45	52	48	55	30	10	8	2

Para a distribuição do número de filhos, calcular a média, a mediana e a moda.

120) Se os dados do problema anterior estivessem computados como segue:

nº de filhos	0	1	2	3	4	mais do que 4
nº de famílias	45	52	48	55	30	20

qual das três medidas nós teríamos dificuldades para calcular?

121) Quando desejamos o ponto médio exato de uma distribuição de frequência, basta calcular:

a) a média b) a moda c) a mediana d) as três

122) Considere uma série estatística com 2351 elementos. A posição da mediana é representada pelo:
a) 1175º elemento
b) 1176º elemento
c) ponto médio entre o 1175º e o 1176º elemento
d) 1174º elemento

123) Calcule o número médio, mediano e modal de acidentes por dia em uma determinada esquina.

Números de acidentes por dia	**Nº de dias**
0	30
1	5
2	3
3	1
4	1
Total	40

124) O salário de 40 funcionários de um escritório está distribuído segundo o quadro abaixo. Calcule o salário médio, mediano e modal destes funcionários.

Classe	**Salário (R$)**	**f_i**
1	400 ├— 500	12
2	500 ├— 600	15
3	600 ├— 700	8
4	700 ├— 800	3
5	800 ├— 900	1
6	900 ├— 1.000	1

125) Uma imobiliária gerencia o aluguel de residências particulares, segundo o quadro abaixo. Calcule o aluguel médio, mediano e modal para estas residências.

Classe	**Aluguel (R$)**	**Nº de casas**
1	0 ├— 200	30
2	200 ├— 400	52
3	400 ├— 600	28
4	600 ├— 800	7
5	800 ├— 1.000	3

126) A distribuição abaixo representa o consumo de 60 funcionários em uma lanchonete da empresa. Determine a moda e interprete.

Classe	**Notas**	**Nº de alunos**
1	0 ├— 2	5
2	2 ├— 4	20
3	4 ├— 6	12
4	6 ├— 8	20
5	8 ├— 10	3

127) A distribuição abaixo representa o consumo, em kg, de um produto em oferta em um supermercado, que limitou o consumo máximo por cliente em 5 kg. Calcule a média, a mediana e a moda.

Classe	**kg**	**f_i**
1	0 ├─ 1	12
2	1 ├─ 2	15
3	2 ├─ 3	21
4	3 ├─ 4	32
5	4 ├─ 5	54

128) Na tabela abaixo, estão representados os resultados de um levantamento realizado com 180 pessoas, na praça de alimentação de um *shopping center*, sobre seus gastos em uma refeição.

Gastos (em reais)	**Número de pessoas**
5 ├─ 10	63
10 ├─ 15	x + 72
15 ├─ 20	x
20 ├─ 25	$\frac{x}{2}$

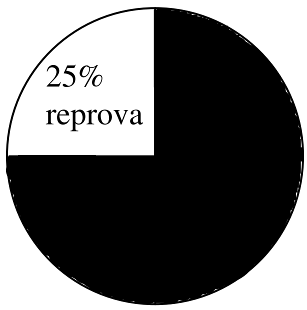
a) Qual é o valor de x?
b) Que porcentagem do total de entrevistados gasta de R$ 20,00 a R$ 25,00 por refeição?
c) Que porcentagem do total de entrevistados gasta menos de R$ 15,00 por refeição?

129) A tabela abaixo informa a idade duzentos universitários matriculados em um curso de idiomas:

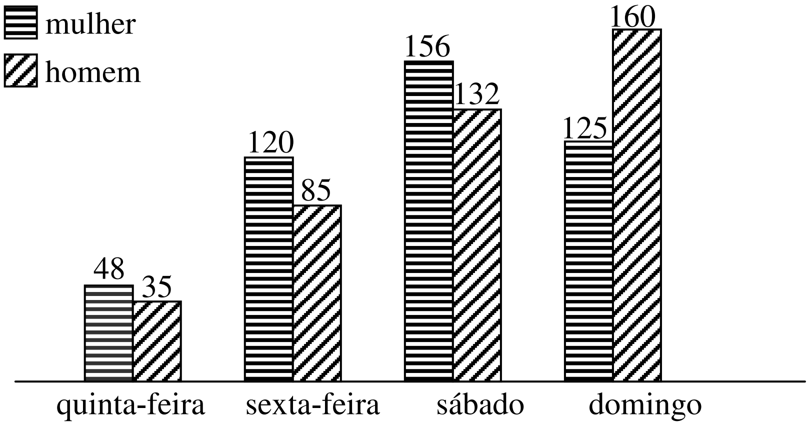
Idade	**Número de jovens**
19	40
20	56
21	64
22	40

Faça um gráfico de setores para representar essa distribuição.

130) O gráfico ao lado ilustra o resultado de uma pesquisa sobre a aprovação da administração do prefeito de uma cidade um ano após sua posse. Sabe-se que foram ouvidas 480 pessoas.
a) Quantas pessoas aprovam o prefeito?
b) Quais as medidas dos ângulos dos setores desse gráfico?
c) Supondo que as mulheres representam 60% entre os que aprovam e 45% entre os que reprovam, determine a diferença entre o número de homens que aprovam e o número de homens que reprovam o governo daquele prefeito.



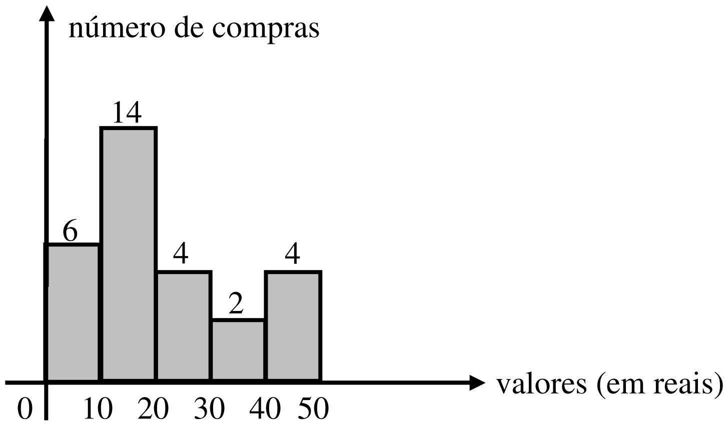
131) Um barzinho funciona de quinta-feira a domingo. A casa cobra pela entrada R$ 20,00 de homens e R$ 15,00 de mulheres. Aos domingos, há descontos de 5% para os homens e 10% para as mulheres. No gráfico seguinte está representado o público que o barzinho recebeu em certa semana:



a) Quantos ingressos a casa vendeu na semana?
b) Considerando apenas os valores das entradas, qual foi a receita obtida pela casa na semana?
c) Quantas mulheres a mais, no mínimo, deveriam ter ido ao barzinho no domingo a fim de que as receitas geradas por mulheres superassem a receita gerada pelos homens naquele dia?

132) Classifique como V (verdadeira) ou F (falsa) as afirmações abaixo. Quando falsa, justifique:
a) O ponto médio de uma classe é a soma de seus limites inferior e superior.
b) A frequência relativa de uma classe é o tamanho da amostra dividido pela frequência da classe.
c) A mediana é a medida de tendência central mais provável de ser afetada por um valor extremo.
d) Todo conjunto de dados deve ter uma moda.
e) Alguns conjuntos de dados quantitativos não têm uma mediana.

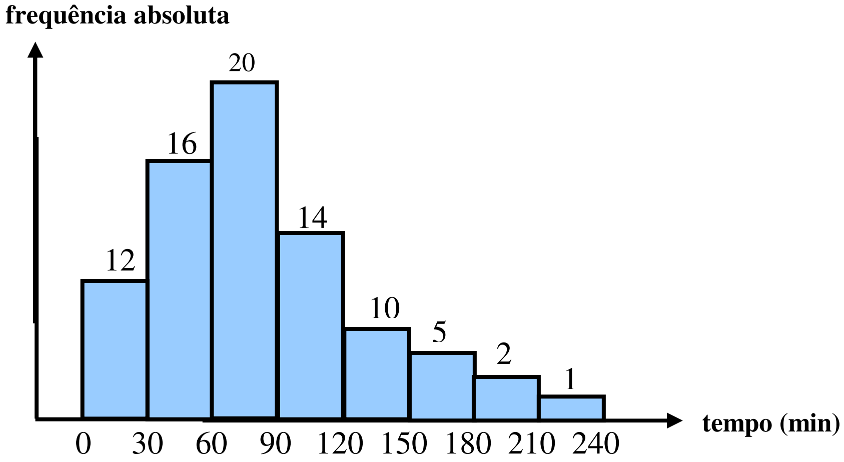
133) O histograma a seguir informa os valores das trinta primeiras compras registradas em uma manhã por um caixa de supermercado[13]:



Determine o percentual aproximado, em relação ao total, das compras cujos valores:
a) não excederam R$ 10,00.
b) excederam R$ 20,00.

[13] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, usa-se o hífen quando o prefixo termina por consoante e o segundo elemento começa pela mesma consoante. Exemplos: sub-bibliotecário, super-resistente. Nos demais casos não se usa o hífen. Exemplos: hipermercado, intermunicipal, superinteressante, superproteção.

134) Um provedor de Internet mediu o tempo (em minutos) de uso diário da rede por seus assinantes. Com os dados obtidos construiu-se o seguinte histograma:



a) Que porcentagem do total de assinantes fica entre meia hora e uma hora na rede?
b) Qual é a média e a mediana do tempo de uso da Internet?

135) Em uma pesquisa eleitoral para verificar a posição de três candidatos a prefeito de uma cidade, 1500 pessoas foram consultadas. Se o resultado da pesquisa deve ser mostrado em três setores circulares de um mesmo disco e certo candidato recebeu 350 intenções de voto, determine o ângulo central correspondente a este candidato.

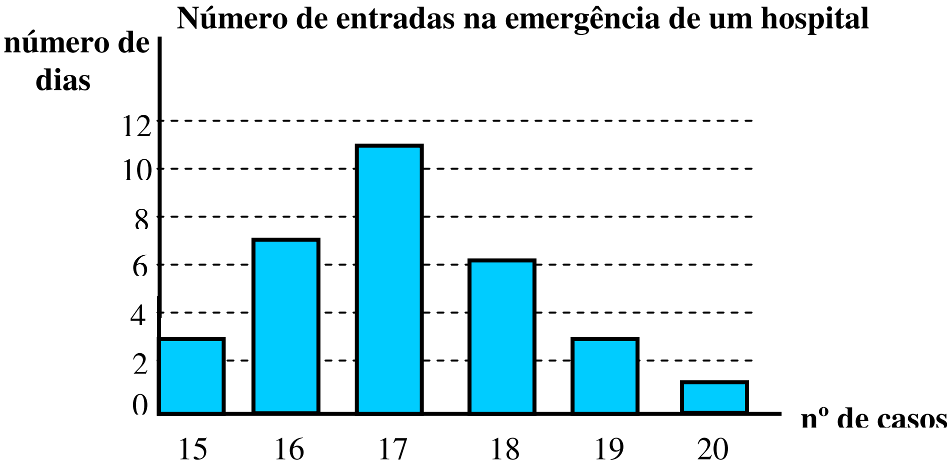
136) Em uma empresa funciona uma lanchonete. Os gastos diários de 12 certos funcionários com a lanchonete estão abaixo relacionados (em reais): 5,80 – 6,20 – 5,90 – 6,40 – 7,00 – 6,00 – 6,50 – 6,50 – 5,80 – 6,50 – 6,00 – 5,80. Determine o gasto médio, mediano e modal.

137) O Departamento Pessoal de certa firma fez um levantamento dos salários dos 120 funcionários do setor administrativo, obtendo os seguintes resultados:

Faixa salarial (SM)	**Nº de funcionários**
0 ├─ 2	30
2 ├─ 4	42
4 ├─ 6	24
6 ├─ 8	18
8 ├─ 10	6
Σ	

Calcule:
a) média
b) mediana
c) moda
d) se for concebido um aumento de 100% para todos os 150 funcionários, haverá alteração de média? Para quanto?

138) Com base nos dados da tabela abaixo:



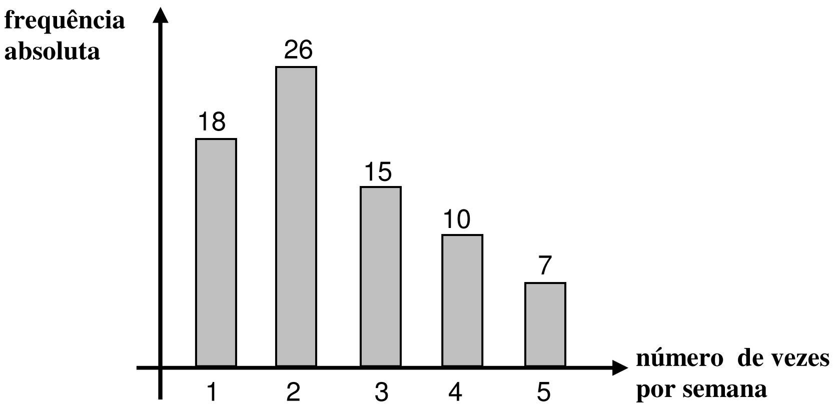
a) Elabore uma tabela de distribuição que represente os dados acima.
b) Determine, percentualmente, o número de dias com mais que 17 casos de emergência.
c) Determine quantos dias ocorreu menos que 17 casos de emergência.
d) A média de entradas na emergência do hospital.

139) Em uma linha de produção, 50 operários foram avaliados quanto ao tempo para execução de determinada tarefa, conforme tabela:

Tempo (min)	Frequência
1	14
2	12
3	10
4	8
5	6

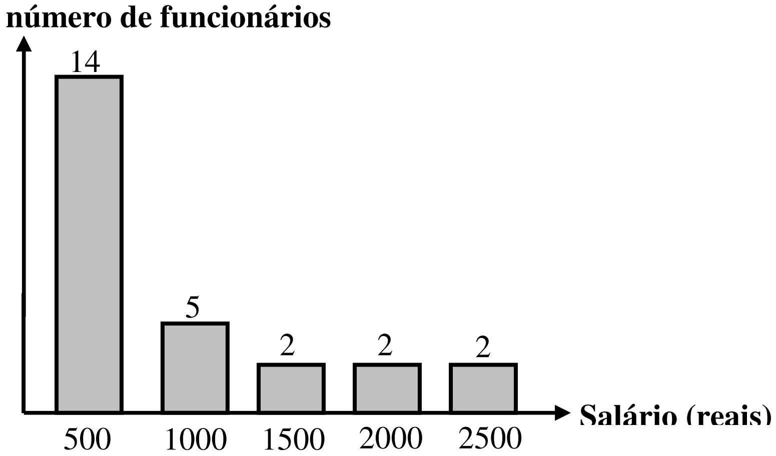
Com base nessa tabela, calcule o tempo médio, mediano e modal.

140) A Secretaria de Saúde de uma cidade está interessada em saber com que frequência semanal seus habitantes praticam atividades físicas. Para isso, uma equipe entrevistou *n* pessoas e os resultados encontram-se no gráfico seguinte:



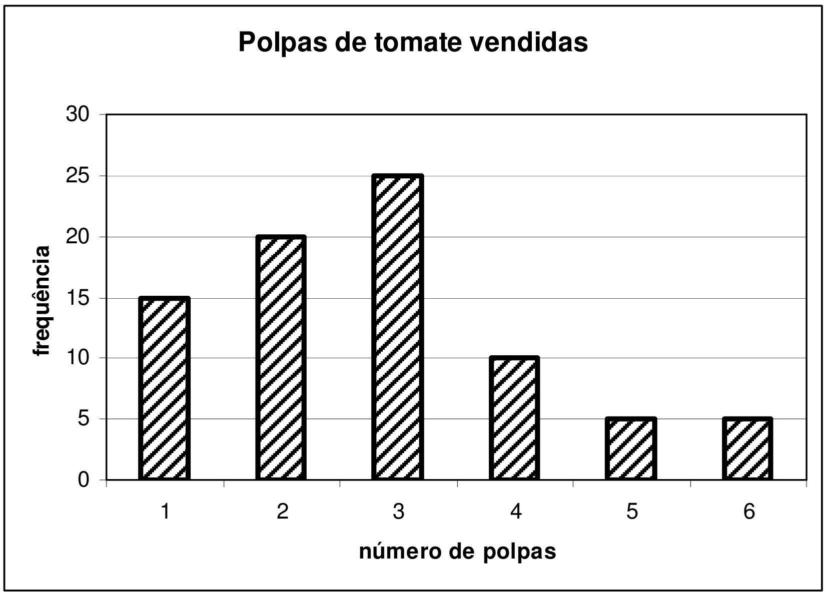
a) Determine o valor de n.
b) Qual é a média das frequências de atividades físicas?
c) Qual é a moda dos dados obtidos?

141) O gráfico de colunas abaixo apresenta a distribuição de frequência dos salários de uma pequena empresa. Com os dados disponíveis, determine a média, a mediana e a moda desses salários.



142) Para estudar seu desempenho, uma corretora de ações selecionou uma amostra de ações negociadas e para cada uma delas observou a porcentagem de lucro apresentada durante um período fixo de tempo. Os dados obtidos foram: 54, 57, 60, 55, 57, 61 e 48. Calcule a média e a mediana.

143) Em um determinado supermercado, verificou-se o número de clientes que compraram determinada polpa de tomate ao longo de uma semana, bem como a quantidade de polpas adquiridas. O gráfico a seguir mostra, por exemplo, que ao longo dessa semana, 25 clientes adquiriram 3 unidades de polpa de tomate em suas compras.



Responda:
a) classifique o tipo de variável representada pelo gráfico.
b) esse gráfico é um histograma? Justifique.
c) qual é a porcentagem de clientes que adquiriram 3 ou mais polpas?
d) determine a média, a mediana e moda dessa distribuição.

Respostas

Capítulo I

1a) 10 b) 122 c) 1 d) –3 e) –9 f) 3 g) –10 h) 7 i) –14 j) 1

2a) 10 b) 2 c) 11 d) –15 e) –11 f) –2

3a) (3 000 000 – 1 800 000) **:** 3
b) 26 + 3 • 26
c) (385 : 5) – 32 • 5 ou $\frac{385}{5} - 32 \bullet 5$
d) (960 – 336) : 8 ou $\frac{960-336}{8}$
e) 2 • 27 + 2 • 26
f) 250 + 4 • 140
g) 4 + 2 • 12
h) (814 – 94) : 5 ou $\frac{814-94}{5}$

4a) $\left(\frac{9}{10}\right)^3$ b) $(-1{,}4)^5$ c) $\left(-\frac{11}{5}\right)^2$ d) $(-2)^5$ e) 1^5

5a) $\frac{1}{81}$ b) $\frac{49}{36}$ c) $\frac{9}{16}$ d) 1 e) $-\frac{1}{32}$ f) 0,36 g) $\frac{100}{49}$ h) –1 i) 1 j) 0,027 k) 16 l) 0 m) 0,9 n) $-\frac{8}{27}$ o) $\frac{16}{81}$ p) 1

6a) 1 b) –1 c) –12 d) 32 e) –100 f) 12 g) –26 h) 11 i) 2 j) 5 k) 2 l) 0,65 m) 40,16

7) Segunda: $3^2 = 9$ Terça: $3^3 = 27$ Quarta: $3^4 = 81$ Quinta: $3^5 = 243$

8a) < b) = c) > d) > e) > f) <

9a) –2a b) 2xy c) –6ac d) –3am e) a^2 f) $6xy^2$ g) $\frac{9}{5}bc$
h) $\frac{1}{10}x^2$ ou $\frac{x^2}{10}$ i) $-\frac{5}{4}mn$ j) 4x k) $-4y^2$ l) ab m) 0 n) 4xy
o) $3n^3$ p) –5am q) $\frac{1}{6}a^4$ ou $\frac{a^4}{6}$ r) $-\frac{2}{5}bc$ s) 0

10a) $3y^3 - 3y$ b) $a - 2ab + 4b$ c) $9x^2 + 2x - 1$ d) $3mn + 2m + n$
e) $a^2 - ab + 9b^2$ f) $3x - 2y + 4$ g) $\frac{3}{2}a - \frac{4}{3}b$ h) $4x^2 + \frac{5}{8}x$ ou $\frac{8x^2 + 5x}{8}$

11) $P = 3x$

12a) $x^2 + 5y$ d) $(a + b)(a - b)$ g) $(a + b)^3$ i) $\frac{x^2}{3}$
b) $x^2 + y^2$ e) $2a + 2h$ h) $x^2 - y^2$ j) $x - 5$
c) $(x + y)^2$ f) $a^3 + b^3$

13) $A = 100x^2$ **14**a) $0{,}40x + 3y$ b) $0{,}30x + 2y$ c) $0{,}10x + y$ **15)** $5{,}87 \bullet 187$

16a) -13 b) 15 c) $\frac{1}{3}$ d) 1 e) 144 f) 16

17) $A = 6$ **18**a) 8 b) $\frac{7}{3}$ c) 1 d) $\frac{5}{4}$ e) -45 f) -6

19a) $\frac{126}{5}$ b) 4 c) 4 d) $-\frac{3}{4}$ **20)** $A = c \,.\, \ell$

21) $49 - x$ **22**a) $2x + 8y$ b) $y = 4$ **23**a) $P = 12a$ b) 43,6 c) $A = 10a^2$ d) $A = 250$

24) $3x + 3y$

25) Raça A: x (cada cão) Raça B: $\frac{y}{6}$ (cada cão)
a) $5x + 4y$ b) 69

26a) $2500 + \frac{x}{4}$ b) 7 500 **27)** $V = abc$ **28**a) $y = 2 + 0{,}50x$ b) R$ 7,50

29a) 7 b) 10 c) 13 d) 16 e) 4 f) 22

30a) $P = 4 + 0{,}80q$ b) $P = 8 + 0{,}80q$ c) 2 km d) 15 km

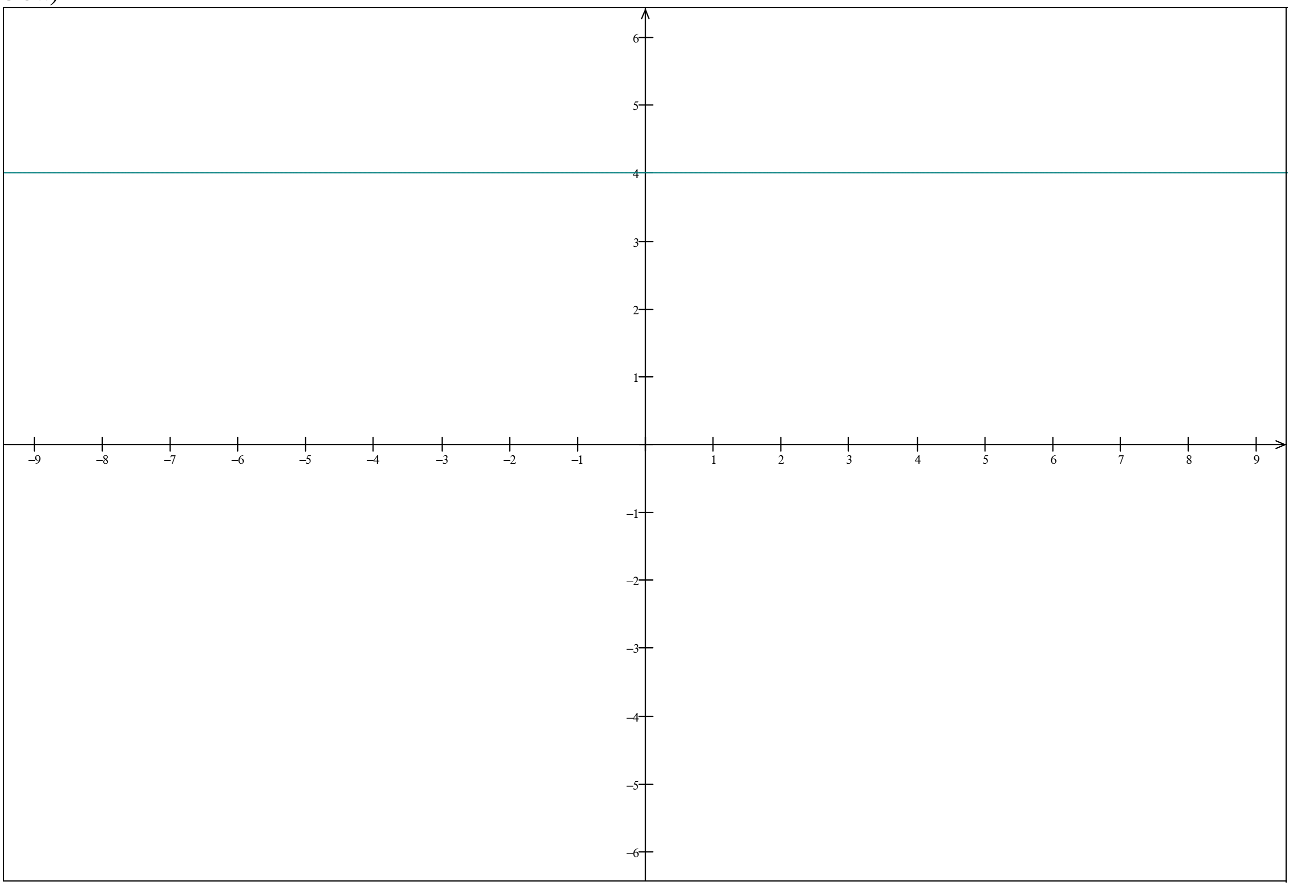
31) 8 anos **32)** $C(t) = 40$ **33**a) 4 b) -11 c) 0

34a) R$ 740,00 b) $y = 560 + 60$ **35)** A opção 2

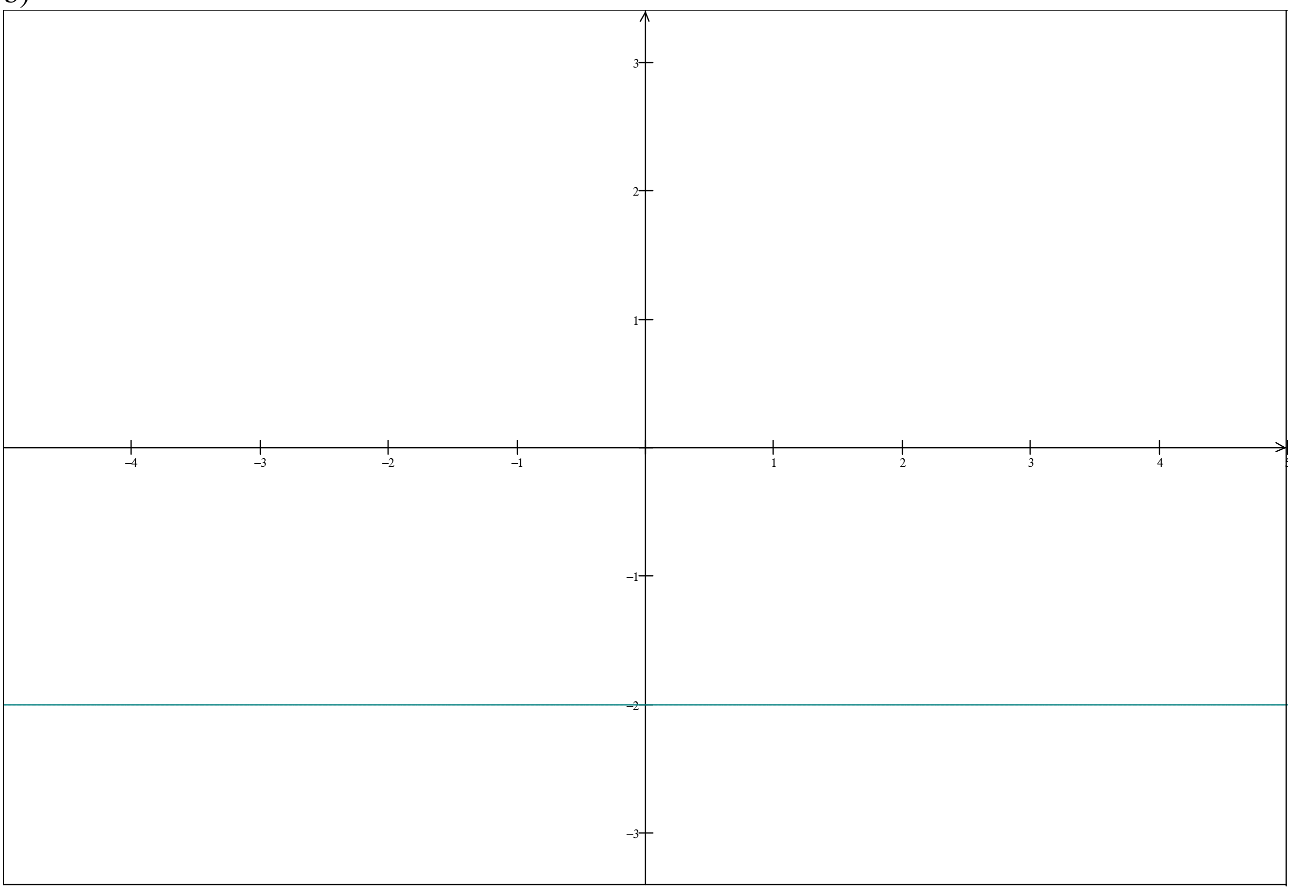
36a) $6x + 5(x - 4) = 11x - 20$ b) $x = 10$

37) x = 100 / Região A: 150 km^2 / Região B: 60 km^2

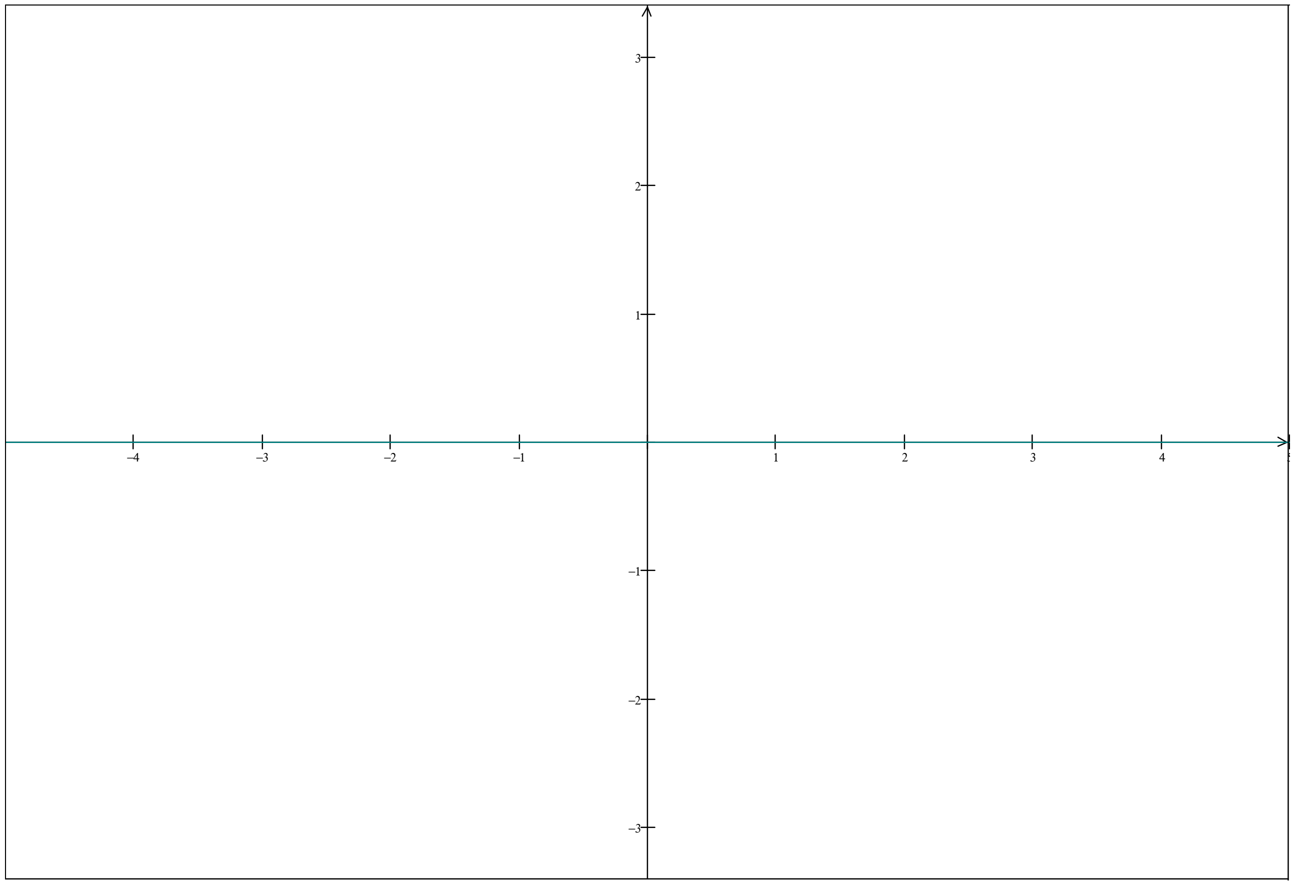
38a)



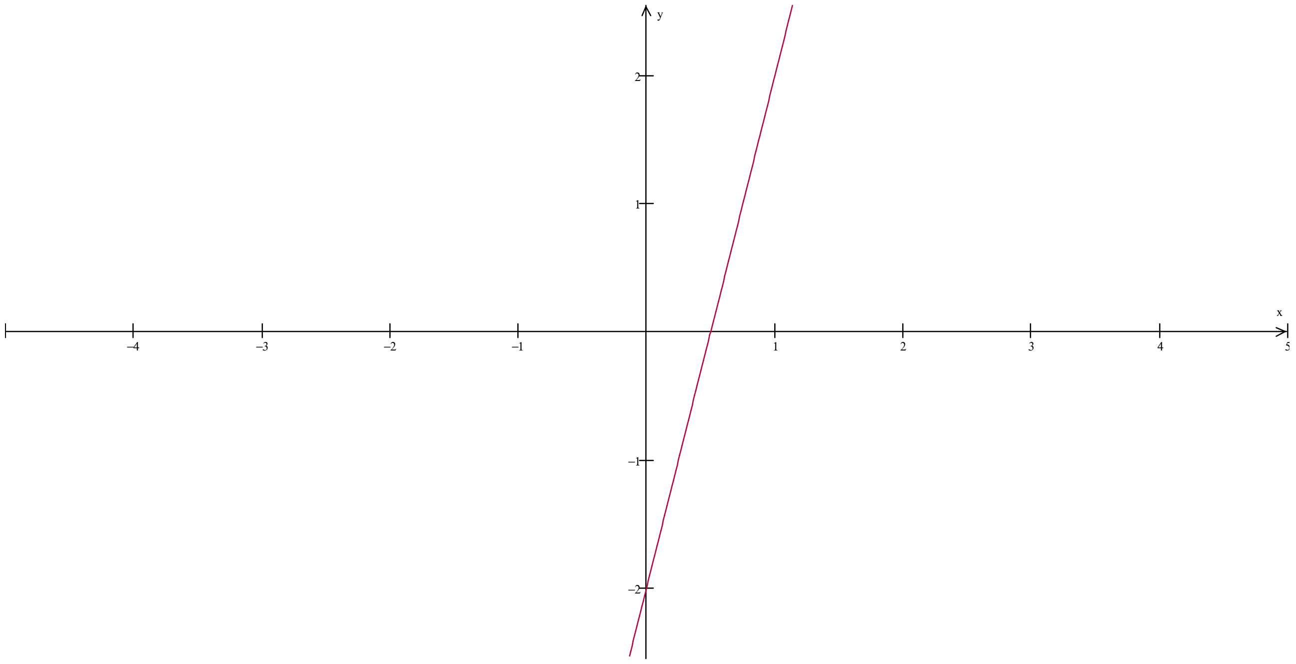
b)



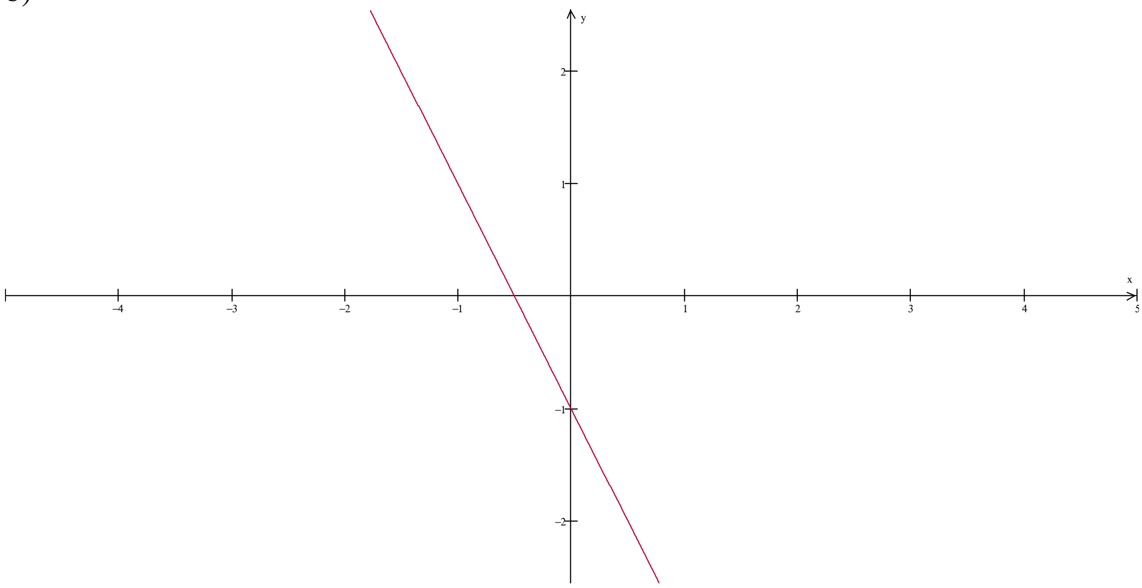
c)



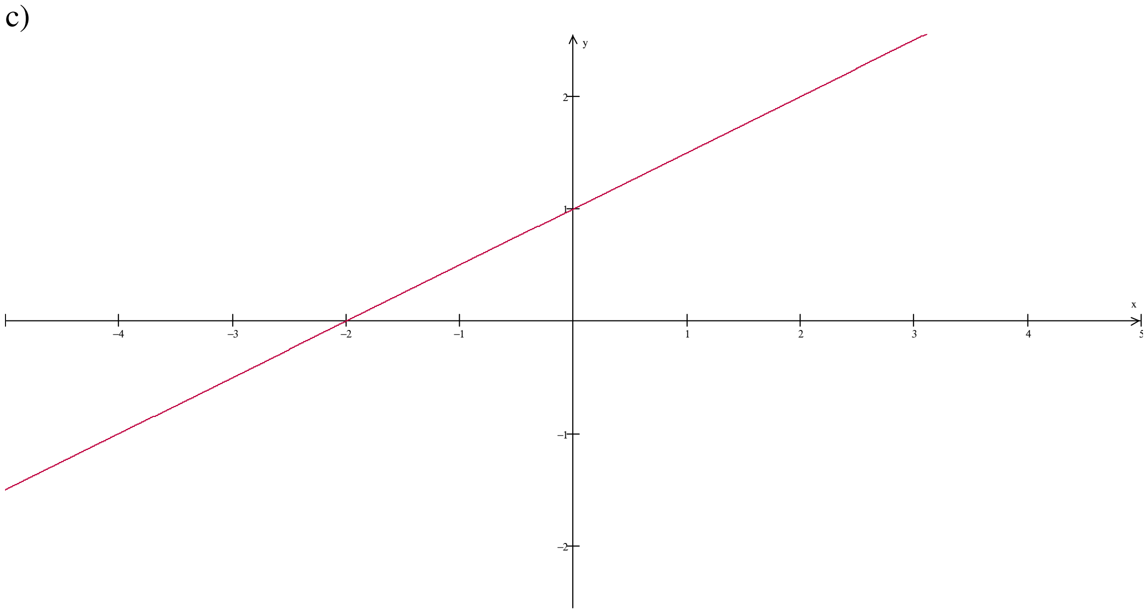
39a)



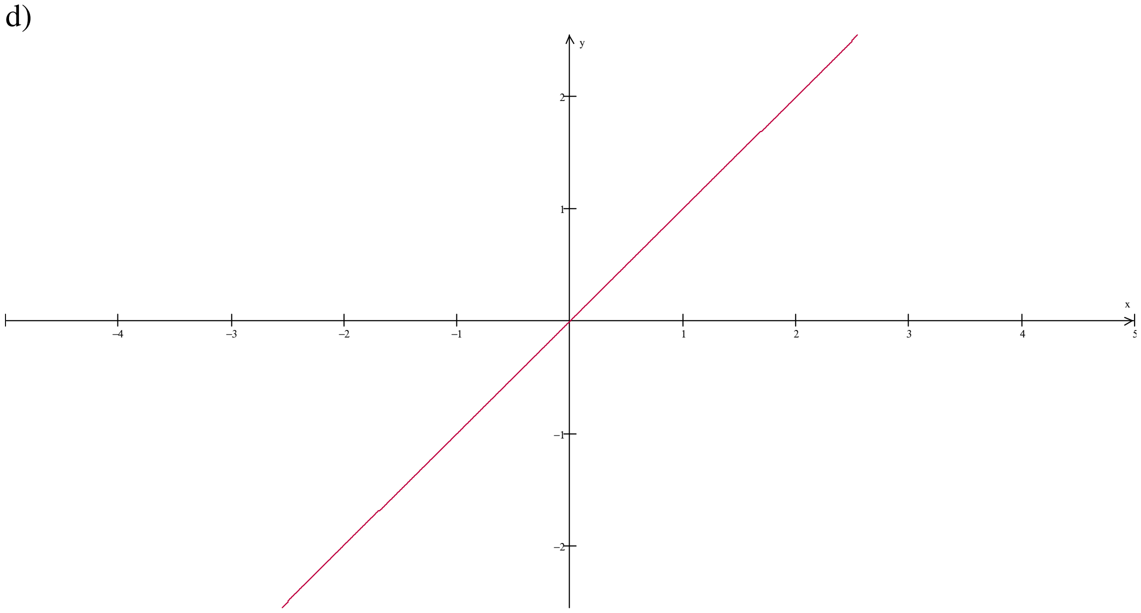
b)



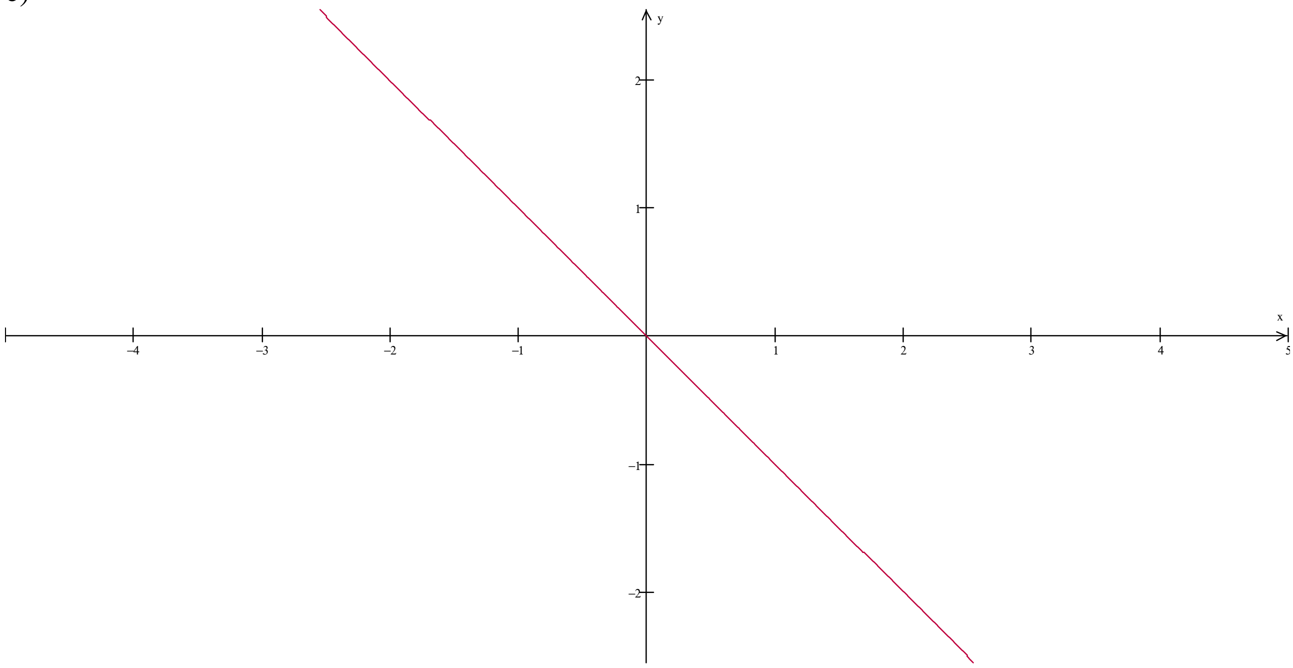
c)



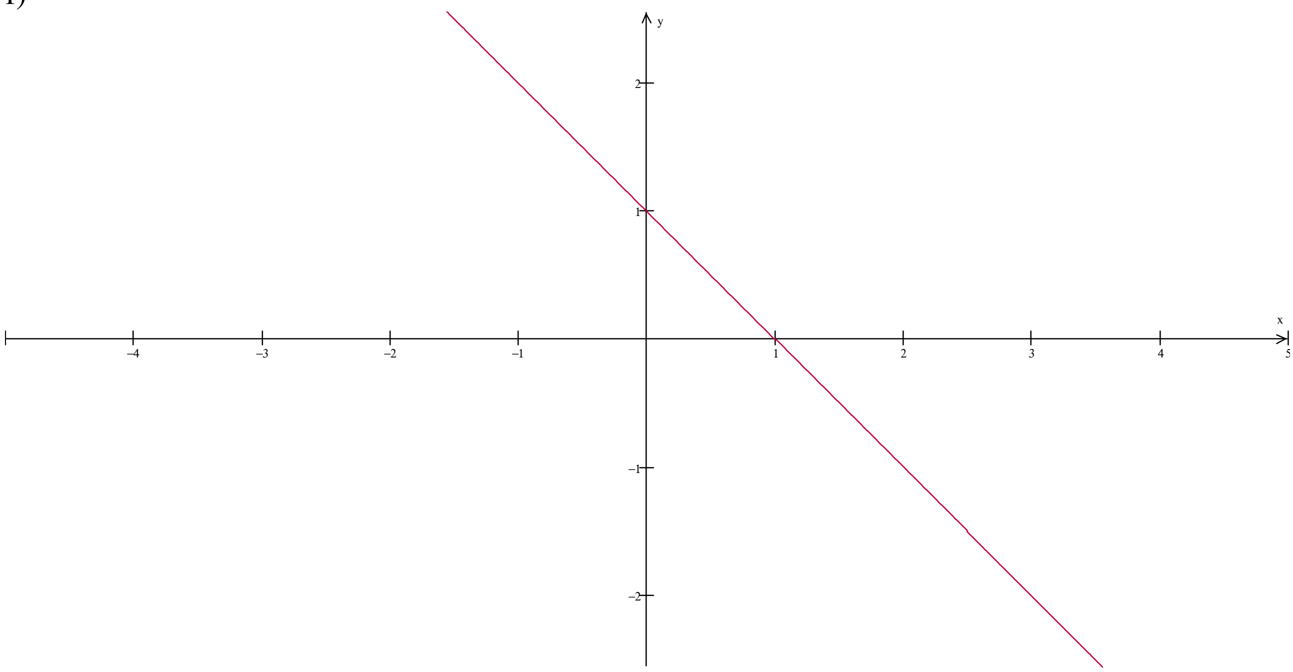
d)



e)



f)



40) 2 496

41a) eixo x: $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ e eixo y: (0, –3)
b) eixo x: (4, 0) e eixo y: (0, 8)
c) eixo x: (8, 0) e eixo y: (0, 4)

42) 35x – 490 **43**a) 4 b) 1 c) 6 d) 5 **44**a) 52 b) 50,40

45a) y = 900 + 0,08x b) R$ 490,00 **46)** R$ 18 004,00 **47)** 8 unidades

48) 601 programas

49) Acima de 200 minutos

50a) R$ 11,70
b) R$ 54,00
c) 390 segundos
d) 19 horas
e) 45 dias
f) 1080 segundos = 18 minutos
g) 342 km
h) 5 horas
i) 35 dias
j) 499 800 gramas
k) 4 500 exemplares
l) 2046 segundos = 34 min 6 seg

51a) 5 000
b) 1 000

52a) 11%
b) 31%
c) 45%
d) 100%
e) 95%
f) 112%
g) 135%
h) 231%
i) 1%
j) 4%

53b) 30%
c) 3%
d) 115%
e) 7,5%
f) 12,76%
g) 140%
h) 230%
i) 113,2%
j) 9%

54a) 120
b) 1125
c) 3000

55a) 3,614
b) 4,248
c) 0,88605
d) 685,122

56) 1160

57) 12,5%

58) 50%

59) 1350

60) 464

61) 12,5%

62) 250

63) 5500

64) 950

65) 26%

66) 323

67) R$ 18,00

68) 5%

69) R$ 1425,00

70) R$ 12 014,40

71) 5%

72) R$ 13,80

73) R$ 38,40

74) 25%

75) R$ 75,00

76a) $y = 3{,}20 + 1{,}20x$
b) R$ 21,20

77a) R$ 625,00
b) R$ 22 300,00

78a) R$ 180,00
b) R$ 170,00

79) R$ 811,44

80) Aproximadamente 17,39%

81a) $0{,}08x$
b) $300 + 0{,}05x$
c) $x = 10\ 000$

82) $y = 0{,}97x$

83) R$ 168,00

Capítulo II

84a) qualitativa b) quantitativa c) quantitativa d) qualitativa e) qualitativa

85a) discreta b) discreta c) contínua d) discreta e) contínua

86a) Quantitativa: A, D, E e G
Qualitativa: B, C e F
b) Contínua: A, D e E
Discreta: G
c) Ordinal: B
Nominal: C e F

87)

AMOSTRA	
Masc.	**Fem.**
11	12
14	15
15	12
18	29
21	16
41	36
120	120

88) 30

89)

Montadora de automóveis	Quantidade de veículos produzidos	Amostra Estratificada Proporcional
A	7200	**504**
B	**3400**	238
C	5100	**357**
D	**4300**	**301**
E	6900	483
F	**2600**	182
TOTAL	**29500**	2065

90a) X: 2, 4, 7, 8, 12, 15, 20, 21.

b) Y: 3, 5, 5, 8, 12, 12, 13, 14, 18.

c) Z: 12,2; 12,2; 13,9; 14,7; 14,7; 21,8.

d) W: 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9.

Capítulo III

91)

Notas	f_i	a) fr_i	b) F_{ac}	c) F_{ar}
30 ├── 40	4	0,08	4	0,08
40 ├── 50	6	0,12	10	0,20
50 ├── 60	9	0,18	19	0,38
60 ├── 70	11	0,22	30	0,60
70 ├── 80	9	0,18	39	0,78
80 ├── 90	7	0,14	46	0,92
90 ├── 100	4	0,08	50	1,00
Σ	50	1,00	–	–

d) 4ª classe (60 ├── 70)

e) $l_i = 170$

f) AT = 100 – 30 = 70

92)

Faces	f_i	fr_i	Fac	Far
1	9	0,09	9	0,09
2	12	0,12	21	0,21
3	23	0,23	44	0,44
4	17	0,17	61	0,61
5	20	0,20	81	0,81
6	19	0,19	100	1,00
Σ	100	1,00	–	–

93)

Idade (anos) x_i	Nº de alunos (f_i)	fr_i	F_{ac}	F_{ar}
17	3	0,06	3	0,06
18	18	0,36	21	0,42
19	17	0,34	38	0,76
20	8	0,16	46	0,92
21	4	0,08	50	1,00
Σ	50	1,00	–	–

94)

Tempo (dias)	Frequência absoluta	Frequência relativa
12	5	0,167
13	7	0,233
14	6	0,200
15	7	0,233
16	5	0,167
Σ	30	1,00

95)

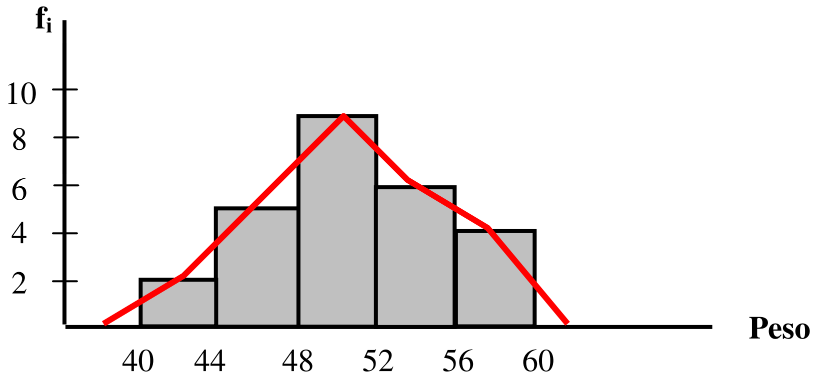
Meio de transporte	Pessoas inquiridas	Frequência relativa
Moto	250	0,1
Autocarro	500	0,2
Metrô	1 000	0,4
Automóvel	750	0,3
Total	2 500	1,0

96)

i	Salários (R$)	f_i	fr_i	F_{ac}	F_{ar}
1	400 ⊢— 500	**50**	0,25	**50**	**0,25**
2	500 ⊢— 600	**70**	**0,35**	120	**0,60**
3	600 ⊢— 700	**40**	0,20	**160**	**0,80**
4	700 ⊢— 800	**30**	**0,15**	**190**	0,95
5	800 ⊢— 900	**10**	0,05	200	**1,00**
		Σ = 200	Σ = 1	–	–

a) 80% b) 80

97)



98a) AT = 900 b) $L_5 = 800$ c) $l_8 = 1000$ d) $\bar{x}_8 = 950$ e) $AT_2 = 100$ f) 76 g) 0,155

h) 262 i) 194 j) 138 l) 29,5% m) 19% n) 78% o) 500 ⊢— 600 p) 700 ⊢— 800 (5ª classe)

99a) 20 b) 15 c) 46 d) 29% e) 66%

100)

Classe	Int. classe	f_i	fr_i	F_{ac}	F_{ar}
1	6 ⊢— 10	1	**0,05**	**1**	**0,05**
2	10 ⊢— 14	**5**	0,25	**6**	**0,30**
3	14 ⊢— 18	**8**	**0,40**	14	**0,70**
4	18 ⊢— 22	**4**	**0,20**	**18**	0,90
5	22 ⊢— 26	2	**0,10**	**20**	**1,00**
–	Σ	20	**1,00**	**–**	**–**

101)

f_i	fr_i	F_{ac}
1	0,05	**1**
3	0,15	4
4	**0,20**	**8**
5	0,25	13
3	0,15	**16**
2	**0,10**	18
1	**0,05**	19
1	**0,05**	**20**

102)

Classe	Faixa salarial (SM)	Nº de funcionários	fr_i	F_{ac}	F_{ar}
1	0 ⊢ 2	30	**0,20**	**30**	**0,20**
2	2 ⊢ 4	36	**0,24**	**66**	**0,44**
3	4 ⊢ 6	21	**0,14**	**87**	**0,58**
4	6 ⊢ 8	18	**0,12**	**105**	**0,70**
5	8 ⊢ 10	15	**0,10**	**120**	**0,80**
6	10 ⊢ 12	12	**0,08**	**132**	**0,88**
7	12 ⊢ 14	9	**0,06**	**141**	**0,94**
8	14 ⊢ 16	6	**0,04**	**147**	**0,98**
9	16 ⊢ 18	3	**0,02**	**150**	**1,00**
	Σ	**150**	**1,00**	**-**	**-**

b) 15 c) 0,04 d) 132 e) 120 f) 18

g) 70% h) 54% i) 2º intervalo (2 ⊢ 4) j) 54%

103a) n = 120 b) 45% c) Aproximadamente 38,33%

104a) Foi maior no domingo e menor na segunda-feira e quarta-feira.
b) 125 bolos
c) Na segunda-feira e quarta-feira foram vendidos 50 bolos. Na terça-feira e quinta-feira foram vendidos 75 bolos.
d) 700 bolos
e) 25%

105) alternativa b **106**a) 36º b) 36 alunos e 72º **107**a) 31,25% b) R$ 940,00

108) Faturamento do almoço: R$ 10 233,00
Faturamento do jantar: R$ 4 560,00
Faturamento da semana: R$ 14 793,00

Capítulo IV

109) 0,50 segundos **110)** R$ 2,26 **111)** R$ 332,00 **112)** R$ 19,70

113a) $\bar{x}$ = 13 anos b) Md = 11 **114**a) $\bar{x}$ = 45,6 b) Md = 38

115a) $\bar{x}$ = 7,9 b) Md = 7,8 c) Mo = 7,2 **116)** Md = 45,5 kg Mo = 44 kg

117) alternativa c **118)** Abaixo da média

119) $\bar{x}$ = 2,18 Md = 2 Mo = 3 **120)** A média

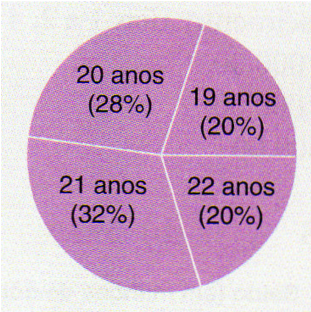
121) alternativa c **122)** alternativa b **123)** $\bar{x}$ = 0,45 Md = 0 Mo = 0

124) $\overline{x}$ = 572,50 Md = 553,33 Mo = 530,00 **125)** $\overline{x}$ = 335,00 Md = 315,38 Mo = 295,65

126) Mo = 3,30 e Mo = 6,64. Os gastos mais frequentes nesta lanchonete foram R$ 3,30 e R$ 6,64.

127) $\overline{x}$ = 3,25 Md = 3,59 Mo = 4,29 **128)** x = 18

129)



130a) 360 pessoas b) 270º e 90º c) 78

131a) 861 b) R$ 14 627,50 c) 101

132a) Falso. O ponto médio de uma classe é a soma de seus limites inferior e superior dividido por 2.
b) Falso. A frequência relativa de uma classe é a frequência da classe dividido pelo tamanho da amostra.
c) Falso. A média é a medida de tendência central mais provável de ser afetada por um valor extremo.
d) Falso. O conjunto pode ser amodal.
e) Verdadeiro. Os dados podem ser quantitativo discreto.

133a) 20% b) 33,33%

134a) 20% b) $\overline{x}$ = 83,25 minutos e Md = 78 minutos

135) 84º **136)** $\overline{x}$ = 6,20 Md = 6,10 Mo = 5,80 e Mo = 6,50

137a) 3,8 b) 3,43 c) 2,8 d) 7,6

138a)

Nº de casos (x_i)	**Nº de dias (f_i)**	**$x_i \cdot f_i$**
15	3	**45**
16	7	**112**
17	11	**187**
18	6	**108**
19	3	**57**
20	1	**20**
TOTAL	31	**529**

b) 32,26% c) 10 dias
d) Aproximadamente 17,06

139) $\overline{x} = 2{,}6$ Md = 2 Mo = 1

140a) 76 pessoas b) $\overline{x} = 2{,}5$ c) Mo = 2

141) $\overline{x}$ = 960 reais, Md = 500 reais e Mo = 500 reais

142) $\overline{x}$ = 56 e Md = 57

143a) Variável quantitativa discreta

b) Não é um histograma. O histograma é utilizado para dados quantitativos contínuos. Para dados quantitativos discretos é utilizado o gráfico de colunas (em questão).

c) 56,25% d) $\overline{x}$ = 2,81 / Md = 3 / Mo = 3

Bibliografia Básica

SILVA, Ermes Medeiros. Estatística para os cursos de: Economia, Administração e Ciências Contábeis – Volume 1. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2006

CRESPO, Antonio Arnot. Estatística fácil. São Paulo: Saraiva, 2005.

SPIEGEL, Murray R.. Estatística. São Paulo: Pearson Education, 2005.

TRIOLA, Mario F.. Introdução à estatística. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

HAZZAN, Samuel. Fundamentos da Matemática Elementar. São Paulo: Atual, 2007

Bibliografia Complementar

DOWNING, Douglas. Estatística aplicada. São Paulo: Saraiva, 2005.

MARTINS, Gilberto de Andrade. Princípios de Estatística: 900 exercícios resolvidos e propostos. São Paulo: Atlas, 2006.

MORETTIN, Pedro A.. Estatística básica. São Paulo: Saraiva, 2006.

TOLEDO, Geraldo Luciano. Estatística básica. São Paulo: Atlas, 1995

TROTTA, Fernando. Matemática por assunto 4. São Paulo: Scipione, 1988

BIANCHINI, Edwaldo e PACCOLA, Herval. **Matemática 1.** 1.ed. São Paulo: Moderna, 2004.

JAKUBOVIC, José E OUTROS. **Matemática na medida certa – 7ª série.** 6.ed. São Paulo: Scipione, 1999.

NAME, Miguel Assis. **Vencendo com a Matemática - 7ª série**. 1.ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2005.

REIS, Ismael. **Fundamentos da Matemática – 7ª série.** 1.ed. São Paulo: Moderna, 1996.

SILVEIRA, Ênio e MARQUES, Cláudio. **Matemática -7ª série**.1.ed. São Paulo: Moderna, 1995.

SMOLE, Kátia Stocco e DINIZ, Maria Ignez. **Matemática.** 3.ed. São Paulo: Saraiva, 2003.

IEZZI, Gelson... [et al]. **Matemática: volume único.** 4. ed. São Paulo: Atual Editora, 2007.

Formulário de Estatística

Nomenclaturas

h = intervalo de classe

k = número de classes

l_i = limite inferior da classe i

L_i = limite superior da classe i

x_i = ponto médio da classe i

AA = amplitude amostral

AT = amplitude total

f_i = frequência simples da classe i

fr_i = frequência relativa da classe i

$fr_i\%$ = frequência relativa percentual da classe i

F_{ac} = frequência acumulada da classe i

F_{ar} = frequência acumulada relativa da classe i

$F_{ar}\%$ = frequência acumulada relativa percentual da classe i

$\bar{x}$ = média

Md = Mediana

Mo = Moda

Fórmulas

número de classes: $i \cong 1 + 3{,}3 \,.\, \log n$

Amplitude total: $AT = L_{max} - l_{min}$

Amplitude amostral: $AA = x_{max} - x_{min}$

Intervalo de classe: $h = \dfrac{AA}{i}$

Ponto médio do intervalo de classe: $\bar{x}_i = \dfrac{l_i + L_i}{2}$

Média

$\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n}$ (dados brutos)

$\bar{x} = \dfrac{\sum x_i f_i}{n}$ (dados agrupados sem intervalos de classe)

$\bar{x} = \dfrac{\sum \bar{x}_i f_i}{n}$ (dados agrupados com intervalos de classe)

Número de elementos da pesquisa: $n = \sum f_i$

Mediana

Determinação da classe mediana: $\dfrac{n}{2}$ ou $\dfrac{\sum f_i}{2}$

$$Md = l_{md} + \frac{\left(\frac{n}{2} - Fac_{ant}\right) \bullet h}{f_{md}}$$

Moda

Determinação da classe modal: maior frequência simples

$$Mo = l_{mo} + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \bullet h_{mo}$$, onde $D_1 = f_{mo} - f_{ant}$ e $D_2 = f_{mo} - f_{post}$

Anexo I

Frequência relativa

Vamos considerar um experimento que consiste no lançamento de uma moeda não viciada várias vezes sucessivamente. O que se pode esperar em relação ao número de vezes que ocorre cara?

Imagine que, em um certo dia, a moeda tenha sido lançada vezes, sendo obtidos doze resultados "cara". Dizemos que a frequência relativa f_1 correspondente à ocorrência de cara é $f_1 = \frac{12}{20} = 0{,}60$.

No dia seguinte, a mesma moeda foi lançada cinquenta vezes e em 28 lançamentos apareceu a face cara. A frequência relativa f_2 é dada por $f_2 = \frac{28}{50} = 0{,}56$.

No terceiro dia, a moeda foi lançada 150 vezes sucessivamente e foram obtidas oitenta caras. A frequência relativa f_3 é dada por $f_3 = \frac{80}{150} = 0{,}53333...$

À medida que o número de lançamento aumenta, espera-se que, sendo a moeda não viciada, a frequência relativa correspondente à ocorrência de cara se estabilize em torno do valor 0,50 (ou 50%). Esse valor, como sabemos, é a probabilidade de ocorrência da face cara no lançamento de uma moeda não viciada.

Nesse sentido, o conceito de frequência relativa aplicado em uma situação em que o número de repetições é arbitrariamente grande equivale à definição de probabilidade de ocorrência de um evento em um espaço amostral equiprovável.

Muitas vezes é através da frequência relativa que se calculam certas probabilidades como, por exemplo, a chance de ocorrer:

- um acidente aéreo com uma aeronave da Boeing;
- uma peça defeituosa em um lote;
- um assalto em uma determinada farmácia aberta 24 horas;
- uma reação alérgica em um paciente ao ingerir certo medicamento;
- uma troca do número da camiseta em uma loja de moda jovem.

Fonte:

IEZZI, Gelson... [et al]. **Matemática: volume único.** 4. ed. São Paulo: Atual Editora, 2007 – pp. 606

Anexo II

Os censos demográficos

A Estatística também é utilizada para levantar informações sobre uma população inteira como ocorre, por exemplo, nos censos demográficos.

Até 1872 não eram feitos levantamentos específicos de contagem do número de habitantes no Brasil. Havia apenas relatórios preparados com outras finalidades, como os de temática religiosa feitos pela Igreja, os relatórios dos funcionários da Colônia enviados às autoridades de Portugal, ou ainda, os levantamentos militares realizados pela Coroa Portuguesa visando à defesa do território.

O primeiro censo demográfico nacional, realizado em 1872, foi intitulado Recenseamento da População do Império do Brasil. Outros três ocorreram em 1890, 1900 e 1920.

Em 1935 foi criado o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), que implantou a periodicidade decenal e ampliou a abrangência temática dos questionários, introduzindo questões de cunho socioeconômico, como emprego, mão-de-obra, rendimentos, fecundidade, etc.

Os censos produzem informações indispensáveis para a definição de políticas públicas estaduais e municipais e para a tomada de decisões de investimentos, tanto no âmbito público como no privado. Entre os principais usos dos resultados censitários, podemos citar:

- acompanhar o crescimento, a distribuição geográfica e a evolução de características da população;
- identificar áreas que requerem investimentos prioritários em saúde, habitação, energia, educacao, transporte, assistência ao idoso, etc.;
- identificar áreas carentes em projetos sociais;
- fornecer informações precisas à União para o repasse de verbas para Estados e municípios;
- analisar o perfil da mão-de-obra nos municípios e transmitir essas informações às organizações sindicais e profissionais, favorecendo decisões acertadas de investimentos do setor privado.

A sociedade brasileira cada vez mais necessita de informações detalhadas e geograficamente específicas. Assim, é importante que, no próximo censo, cada cidadão receba bem os entrevistadores do IBGE e responda corretamente aos questionários.

Para saber mais sobre este assunto, acesse www.ibge.gov.br

Fonte:

IEZZI, Gelson... [et al]. **Matemática: volume único.** 4. ed. São Paulo: Atual Editora, 2007 – pp. 613

Anexo III

A Estatística é o melhor calmante

É inevitável. Depois de um ano sombrio para a aviação comercial, como foi o de 1996, até o passageiro mais viajado sente medo. Diante de tantos desastres aéreos nas manchetes dos jornais, não há quem o convença de que as quedas são raras, de que o normal é tudo dar certo. Mas é exatamente isso que dizem as estatísticas. A chance de alguém bater o carro e morrer a caminho do aeroporto é 500 vezes maior do que a de o avião cair. Segundo a Administração Federal de Aviação, americana, de cada 1 000 mortes, 228 acontecem em acidentes rodoviários e 0,45 em aeroviários. Até nadar é mais perigoso. A cada 1 000 fatalidades, 26 são por afogamento.

"Seria preciso viajar todos os dias, durante 712 anos, para que alguém se envolvesse com certeza em um acidente aéreo", disse à SUPER Stuart Matthews, da FSF (sigla para Fundação de Segurança no Voo[14], em inglês). O que aconteceu no dia 31 de outubro em São Paulo, quando um Fokker 100 despencou sobre várias casas segundos depois de decolar, foi uma tremenda falta de sorte, levando-se em conta as estatísticas. Pesquisas mostram que desde o final da década de 50 o número de desastres caiu bastante, embora eles tenham matado mais de 20 000 pessoas. Há 37 anos, eram sessenta casos para cada milhão de decolagens. Hoje são três. E o Brasil segue a tendência. Em 1987, quando o país tinha 7 890 aviões, houve 226 acidentes. Hoje, com uma frota quase 20% maior, o número baixou para menos da metade.

Mas a matemática nem sempre tranquiliza[15]. A lei da gravidade parece ser mais cruel na América Latina. Aqui, a cada milhão de pousos e decolagens 32,4 não dão muito certo. Na América do Norte a frequência é oito vezes menor. "E o maior problema é a tripulação", diz Stuart Matthews. Ou seja, em geral a culpa não é da tecnologia.

Os números animadores também não valem para aviões pequenos. No Brasil, entre 1992 e 1994, os desastres com jatinhos aumentaram em 55%. Alguns viraram notícia. Na noite de 2 de março de 1996, um Learjet chegou no Aeroporto de Guarulhos com velocidade superior à indicada para pouso. O piloto subiu e virou à esquerda. Chocou-se com uma montanha. Morreram nove pessoas. Eram os Mamonas Assassinas e a tripulação. Conclusão do inquérito policial: erros do piloto, do copiloto[16] e da torre.

---

[14] De acordo a nova Reforma Ortográfica 2009, não se usa mais o acento das palavras terminadas em **êem** e **ôo(s)**. Exemplos: abençoo, creem (verbo crer), deem (verbo dar), doo (verbo doar), enjoo, leem (verbo ler), magoo (verbo magoar), perdoo (verbo perdoar), povoo (verbo povoar), veem (verbo ver), zoo.

[15] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, não se usa mais o trema.

[16] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, não se usa o hífen quando o prefixo termina em vogal e o segundo elemento começa por consoante diferente de **r** ou **s**. Exemplos: anteprojeto, antipedagógico, microcomputador, semicírculo. **Atenção:** com o prefixo **vice**, usa-se sempre o hífen. Exemplos: vice-rei, vice-almirante etc.

O que derruba uma aeronave

15,7% Falha mecânica

O atrito com o ar e os processos de compressão e descompressão provocam trincas na fuselagem, que é o corpo do avião. Quando não são percebidas e reparadas a tempo, parte da carcaça se solta em pleno vôo.

3,4% Manutenção

Antes do voo, todo o aparelho deve ser avaliado. Peças desgastadas que já derrubaram muitos aviões poderiam ter sido trocadas nessa fase.

69,2% Falhas humanas

Piloto e copiloto causam nada menos que 64,4% das quedas. Por inexperiência ou cansaço, confundem-se com aparelhos e orientações da torre e cometem deslizes. Pela lei, podem ficar no comando até 9 horas e 30 minutos por dia. Mas o Sindicato Nacional dos Aeronautas garante que a norma não é respeitada.

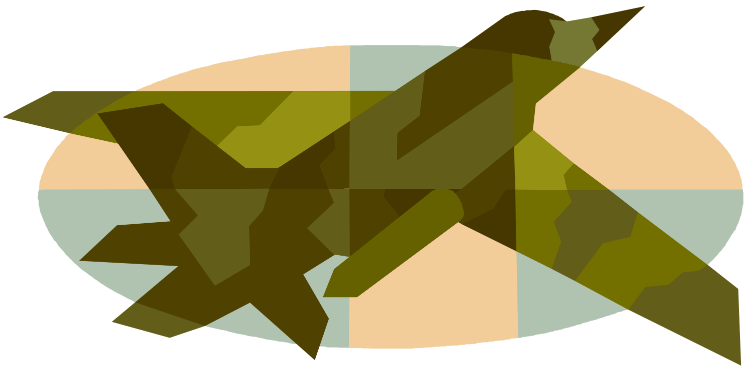
Informações sobre voo chegam ao painel por fios conectados a aparelhos espalhados pelo avião. Interferências eletromagnéticas alteram os dados, confundem os pilotos e podem acionar equipamentos em hora errada.

4,8% Clima

Nevoeiros diminuem a visibilidade e correntes de vento podem desestabilizar. O relâmpago é uma fatalidade que não se pode evitar.

A torre de controle orienta o tráfego no aeroporto e é crucial no pouso e na decolagem. Falhas na comunicação e orientações erradas causam 4,8% dos acidentes.

O desgaste na ligação entre as turbinas e a asa pode fazer com que uma delas se solte parcialmente e deixe de funcionar.



As turbinas empurram a aeronave, mantendo-a no ar, e ajudam na freagem, com o mecanismo chamado reverso. São partes delicadas do aparelho, que já causaram muitos acidentes.

7,1% Outras causas

Testes e voos militares

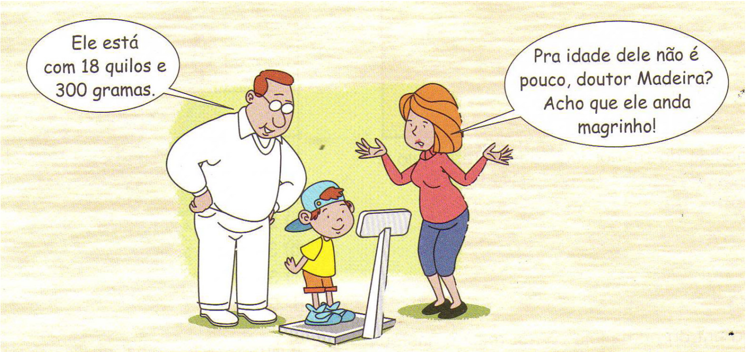
Fagulhas surgidas em possíveis atritos entre partes do avião podem chegar ao tanque do combustível e provocar explosões.

Cadeiras mal fixadas esmagam os passageiros. Além disso, é sob elas que se colocam as bombas. O terrorismo não entra nas estatísticas, mas é um dado importante.

O trem de pouso é controlado por um sistema hidráulico. Às vezes ele não funciona e o avião tem de pousar de barriga.

Fonte: *Revista Superinteressante*, Abril, ano 10, n. 12, pp. 26-27.

Anexo IV
A Álgebra vai ao médico



As mães estão sempre preocupadas com seus filhos. Por isso, o doutor Madeira começa mostrando esta fórmula:

p = 2i + 8

O menino tem 5 anos e meio de idade. Seu peso deve ser:

p = 2 x 5,5 + 8
p = 11 + 8
p = 19

Em seguida, o doutor explica:

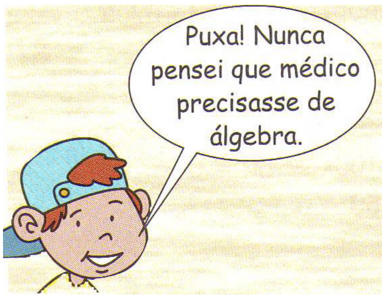
– Para essa idade, a fórmula aponta um peso médio de 19 kg. Ele está só com um pouquinho menos, 18,3 kg. Pode ficar tranquila[17].

O doutor Madeira é pediatra. É por isso que ele usou essa fórmula, que relaciona peso e idade. É uma fórmula que funciona para crianças. Veja só o absurdo que daria se aplicássemos a fórmula para um adulto de 60 anos.

p = 2 x 60 + 8
p = 128

Além da fórmula que vimos, os médicos podem usar mais álgebra no seu trabalho diário.

Veja outra fórmula que o doutor Madeira usa: a = 95 + 6(i – 3)



Essa fórmula dá a altura **a** de uma criança, medida em centímetros, de acordo com a idade **i**, em anos. Faça uma experiência: pegue a primeira fórmula, a do peso, e coloque no lugar de **i** a sua idade. Compare o resultado obtido com seu peso real.

Depois, faça outra experiência com a fórmula da altura. Será que deu a sua altura? Ou será que a fórmula não se aplica, porque você não é mais criança?

Fonte: Imenes, Jakubo e Lelis. *Álgebra.* São Paulo: Atual. Coleção Pra que serve a Matemática?

[17] De acordo com a nova Reforma Ortográfica 2009, não se usa mais o trema.

Anexo V
Índice de massa corporal

Você sabe o que é IMC (índice de massa corporal)?

O IMC é um índice que relaciona a massa e a altura de um indivíduo. Esse índice é usado pela OMS (Organização Mundial da Saúde), para verificar se as pessoas são subnutridas[18], obesas etc.

Para obter esse índice, basta dividir a massa do indivíduo (em quilos) pelo quadrado da altura (em metros). Assim, o IMC é dado pela razão:

$$\text{IMC} = \frac{\text{massa}}{(\text{altura})^2}$$

Vamos calcular, como exemplo, o IMC de uma pessoa que tem 60 kg e 1,70 m de altura. Aplicando os valores à fórmula do IMC, temos:

$$\text{IMC} = \frac{60}{(1,70)^2} = \frac{60}{2,89} = 20,8$$

A OMS estabeleceu alguns critérios para avaliar a condição dos indivíduos, definindo inclusive o IMC ideal.

Esses critérios são os seguintes:

O IMC ideal está entre 18,5 e 25

- abaixo de 18,5 → desnutrição
- de 25 a 30 → acima do peso
- acima de 30 → obesidade

Portanto, de acordo com os critérios estabelecidos pela OMS, a pessoa do nosso exemplo tem um IMC na faixa ideal.

Veja os dados de uma pesquisa feita pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) junto a uma população de brasileiros com 20 anos de idade ou mais:

	Homens	**Mulheres**
População na faixa de peso ideal	47,2%	41,7%
Acima do peso ideal	41,1%	40%
Obesos	8,9%	13,1%
Desnutridos	2,8%	5,2%

Fonte: PESQUISA de Orçamentos Familiares, 2002-2003. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em 18 ago. 2005.

Agora é com você! Que tal calcular seu IMC?

- Utilize uma trena ou fita métrica para medir sua altura em metros, e uma balança para determinar sua massa em quilos.
- Observando o exemplo anterior, determine seu IMC e verifique se ele está na faixa considerada ideal.

Fonte:
Maria José C. V. Zampirolo. *Do micro ao macro.* São Paulo: Ed. Brasil. (Coleção Projeto Escola e Cidadania)

[18] Com o prefixo **sub**, usa-se o hífen diante de palavra iniciada por **r**: sub-região, sub-raça etc.

Anexo VI
Funções custo, receita e lucro

Uma pequena doçaria, instalada em uma galeria comercial, produz e comercializa chocolates. Para fabricá-los, há um custo fixo mensal de R$ 3600,00, representando por C_F, que inclui aluguel, conta de luz, impostos etc.Além desse, há um custo variável (C_V), que depende da quantidade de chocolates preparados (x). Estima-se que o custo de produção de um chocolate seja R$ 0,30.

Assim, o **custo total mensal**, C ($C = C_F + C_V$), é dado por:

$$C(x) = 360 + 0{,}3x$$

O preço de venda unitário do chocolate é R$ 1,20. Admitiremos, neste momento, que o preço de venda independe de outros fatores.

A **receita** (faturamento bruto) dessa doçaria é definida por:

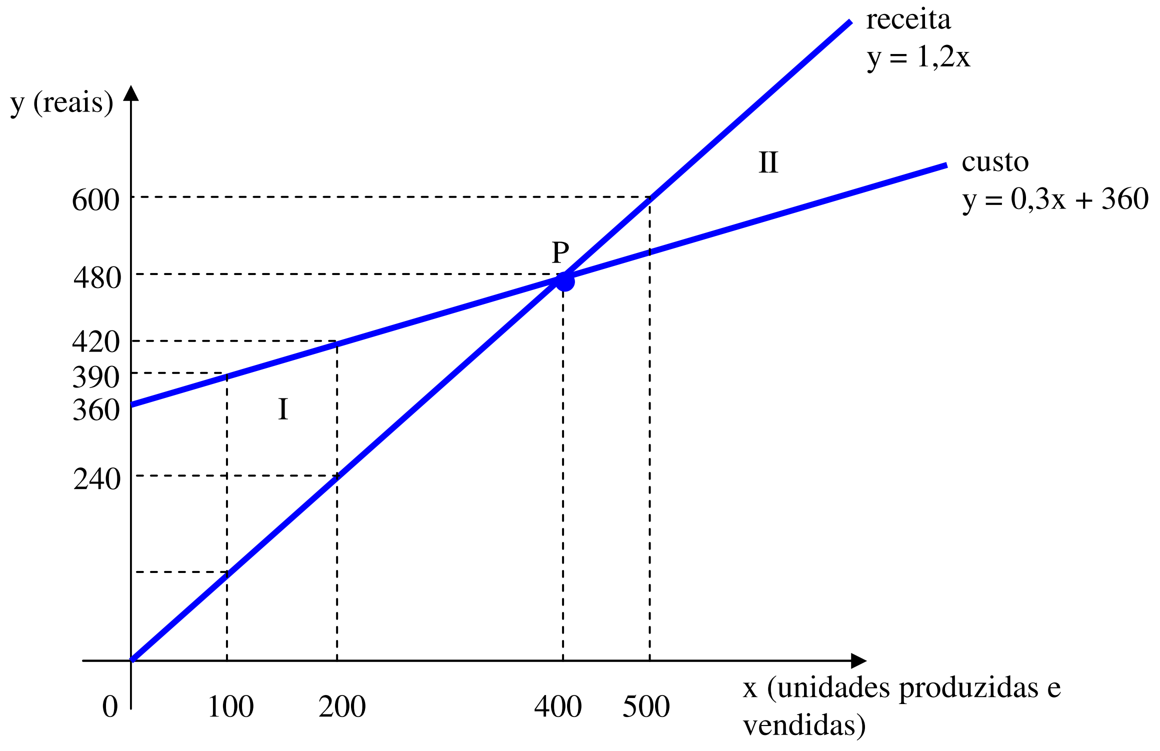
$$R(x) = 1{,}2x$$

ou seja, é dada pelo produto entre o preço unitário de venda e o número de unidades produzidas e vendidas (x).

Por fim, o **lucro mensal**, L (faturamento líquido), desse estabelecimento é uma função de 1º grau dada por:

$$L(x) = R(x) - C(x)$$
$$L(x) = 1{,}2x - (360 + 0{,}3x)$$
$$L(x) = 0{,}9x - 360$$

Vamos observar a seguir, os gráficos das funções custo e receita.



Verificamos que as retas se interceptam em P(400, 480).

O ponto P é chamado **ponto de nivelamento** (ou **ponto crítico**), pois em P a receita é suficiente para igualar o custo total, fazendo com que a loja deixe de ter prejuízo.

Observe também no gráfico:

- região I: $C(x) > R(x)$ $(x < 400) \rightarrow L(x) < 0 \leftrightarrow$ prejuízo;
- região II: $C(x) < R(x)$ $(x > 400) \rightarrow L(x) > 0 \leftrightarrow$ lucro.

Imagine um mês em que sejam produzidos e vendidos 600 brigadeiros:

- o custo total mensal em reais é $C = 360 + 0{,}3 \bullet 600 = 540$;
- a receita mensal obtida em reais é $R = 1{,}2 \bullet 600 = 720$;
- o lucro mensal correspondente em reais é $720 - 540 = 180$.
  (ou $L = 0{,}9 \bullet 600 - 360 = 540 - 360 = 180$).

Por outro lado, se em um determinado mês a doçaria operar com um prejuízo de R$ 90,00, podemos determinar a quantidade de brigadeiros comercializados da seguinte maneira.

Como $L(x) = 0{,}9x - 360$, fazemos:

$$-90 = 0{,}9x - 360 \Rightarrow 0{,}9x = 270 \Rightarrow x = 300$$

Fonte:

IEZZI, Gelson... [et al]. **Matemática: volume único.** 4. ed. São Paulo: Atual Editora, 2007 – pp. 49-50